APRESTAMIENTO DE LA LÓGICA MATEMÁTICA

GUÍA DIDÁCTICA Y MÓDULO

GABRIEL FERNEY VALENCIA CARRASCAL
BLANCA DORA GALEANO UPEGUI

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LUIS AMIGÓ
FACULTAD DE EDUCACIÓN
Medellín - Colombia
2005

LUIS AMIGÓ
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

CONTENIDO

LUIS AMIGÓ
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

En un tablero, de un salón de clase, escrito por un pensador y tomado para un texto

“**Estética:** ciencia que trata de la belleza, y de los sentimientos que hacen ver lo bello en nosotros.
Ética: parte de la filosofía que trata de la moral y de las obligaciones del hombre.
Lógica: ciencia que enseña a racionar con exactitud.”

Uno, dos, tres, cuatro, y cuatro puntos y un rectángulo y tres conceptos y un camino largo, largo por recorrer en un curso que hoy comienza y no se acabará.

Estética, ética y lógica, un buen comienzo para comenzar la reflexión alrededor de lo que es la matemática

PROTOCOLO ACADÉMICO

IDENTIFICACIÓN

FICHA TÉCNICA

Curso:	Aprestamiento de la Lógica Matemática.
Autores:	Gabriel Ferney Valencia Carrascal. Blanca Dora Galeano Upegui.
Institución:	Fundación Universitaria Luis Amigó.
Unidad Académica:	Facultad de Educación.
Campo de formación:	Específico.
Créditos Académicos:	Cuatro (4),
Competencia general de aprendizaje:	El estudiante fortalece procesos lógico matemáticos que le permiten desenvolvimientos más acertados en experiencias pedagógicas durante su desempeño laboral para favorecer la adquisición de herramientas que les permitan desarrollar procesos de pensamiento lógico matemático en niños entre en el nivel preescolar y los primeros tres años de la básica primaria.
Ciudad:	Medellín.
Fecha:	2005.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de procesos lógicos de pensamiento implica el abordaje de niveles superiores de razonamiento, análisis, interpretación, argumentación y en la mayoría de los casos, la habilidad que permite el planteamiento de propuestas y alternativas de solución a cualquier tipo de situación que se presente en la cotidianidad del sujeto.

El desarrollo de la lógica matemática desde edades tempranas, permite al niño mayor posibilidad de ordenar de manera coherente sus pensamientos y acciones en el momento de abordar los escenarios en los que se desenvuelve, no solamente desde los contenidos propios que tradicionalmente le han sido asignados a la matemática, sino, desde la esencia misma de esta: el establecimiento de relaciones generales entre elementos de conjuntos abstractos.

El curso, Aprestamiento de la Lógica Matemática, pretende brindar algunos elementos básicos para aquellos estudiantes que buscan recrear los procesos de aprendizaje de los niños en edad preescolar, a partir de la integración armónica de las diferentes dimensiones consideradas en los Lineamientos curriculares para este nivel[1]. Además, busca aplicar de una manera coherente dos de los teoremas claves del enfoque de sistemas evidentes en el trabajo en matemática y que implican la estrecha relación entre la teoría y la práctica, lo cual se hace evidente en los procesos lógicos de pensamiento: no hay verdadera teoría sin práctica y viceversa, no hay verdadera práctica sin teoría.

Así las cosas, se pretende que el estudiante al finalizar el curso haya evidenciado las relaciones existentes entre la matemática y el pensamiento, al ser ésta un instrumento que permite potenciar procesos no solo cognitivos desde el saber específico de esta ciencia como tal, sino, uno de los tantos caminos para desarrollar niveles superiores de pensamiento de manera organizada, sistémica, lógica, coherente y contextualizada dependiendo del escenario y la situación en la que se encuentre el sujeto de aprendizaje.

---

[1]Para mayor profundidad en el comentario, revisar los Lineamientos curriculares del preescolar publicados por el Ministerio de Educación Nacional. Pueden encontrarse fácilmente en la sección referente a las publicaciones en la página del MEN: mineducacion.gov.co

Por tales razones, el curso se presenta en cuatro unidades articuladas entre sí, de tal manera que se hace necesario un recorrido secuencial a través del texto para respetar las maneras como conoce el cerebro. El texto además, recoge un juego de experiencias desarrolladas a lo largo de múltiples intervenciones formativas con maestros y estudiantes, igualmente se tienen en cuenta autores y actividades propuestas por los mismos que permiten en conjunto brindar una gama de posibilidades de trabajo con los niños y una mirada crítica y proactiva para quienes recorren el texto y vivencian el desarrollo del curso.

La metodología con la cual se despliega esta experiencia, implica como ya se expresó antes, la articulación de la teoría con la práctica, por tal motivo, es importante tener a la mano muchos de los elementos teóricos desarrollados por los participantes en el curso durante lo largo de su preparación en el pregrado, ya que se les invitará a recurrir a ellos y no se profundizará en su temática, pero si se trabajará con la aplicación de estos contenidos en la diferentes actividades resueltas o propuestas.

Además, se integra el trabajo conceptual y práctico desde la discusión y análisis de situaciones problema en la que se verán implicados en algunos casos, los estudiantes del pregrado desde su nivel de pensamiento actual, o los niños con los cuales se realizan algunas de las actividades, desde los procesos a los que se verán abocados para alcanzar procesos lógicos de pensamiento.

La evaluación es vivida de múltiples formas y comienza con la planeación misma del curso, sus estrategias e intencionalidades. Se realizarán pruebas acumulativas de conocimiento individual, actividades propuestas para grupos de no más de tres personas y se identificarán las habilidades desarrolladas por los participantes del curso a partir de su desempeño en cada uno de los escenarios en los cuales interactúen. Las actividades se encuentran claramente identificadas en la Guía de actividades con los nombres de reconocimiento, profundización y transferencia.

1. INTENCIONALIDADES FORMATIVAS

1.1 OBJETIVOS

- Fortalecer las habilidades lógico matemáticas de los participantes en el curso, que se hacen evidentes en los desempeños de comprensión que cada uno presenta en el Portafolio Personal de Desempeño.

- Mejorar los procesos de razonamiento lógico de los estudiantes de tal manera que les sea posible plantear y solucionar situaciones problema en los contextos de aula en los cuales han de intervenir.

- Desarrollar en los estudiantes conciencia de los propios procesos de pensamiento lógico que intervienen en cualquier situación cotidiana que implique su ser y su hacer.

- Favorecer la creación y aplicación de diversas estrategias que posibilitan desarrollos de pensamiento tanto en los estudiantes de la licenciatura, como en los procesos de aprendizaje que cotidianamente estos han de recrear para los niños del nivel preescolar.

- Flexibilizar y enriquecer el desarrollo de pensamiento lógico matemático propio y de los sujetos con los cuales interactúa el futuro maestro del preescolar, para que se potencien actitudes de confianza en sí mismo, respeto, tolerancia y conocimiento del saber matemático, lo que permite alejarse de los mitos que alrededor de este se han tejido.

1.2 COMPETENCIAS

- El estudiante comprende la importancia del desarrollo de procesos lógico matemáticos en la formación inicial, lo que le permite estructurar desde lo conceptual y lo experimental, la pertinencia del conocimiento matemático en la temprana edad.

- El estudiante recrea la solución a situaciones que implican procesos lógicos de pensamiento, a partir del reconocimiento de modelos conceptuales que sustentan la solución de los mismos y de diversas alternativas prácticas de solución, que potencian la habilidad propositiva en contextos nuevos y retadores.

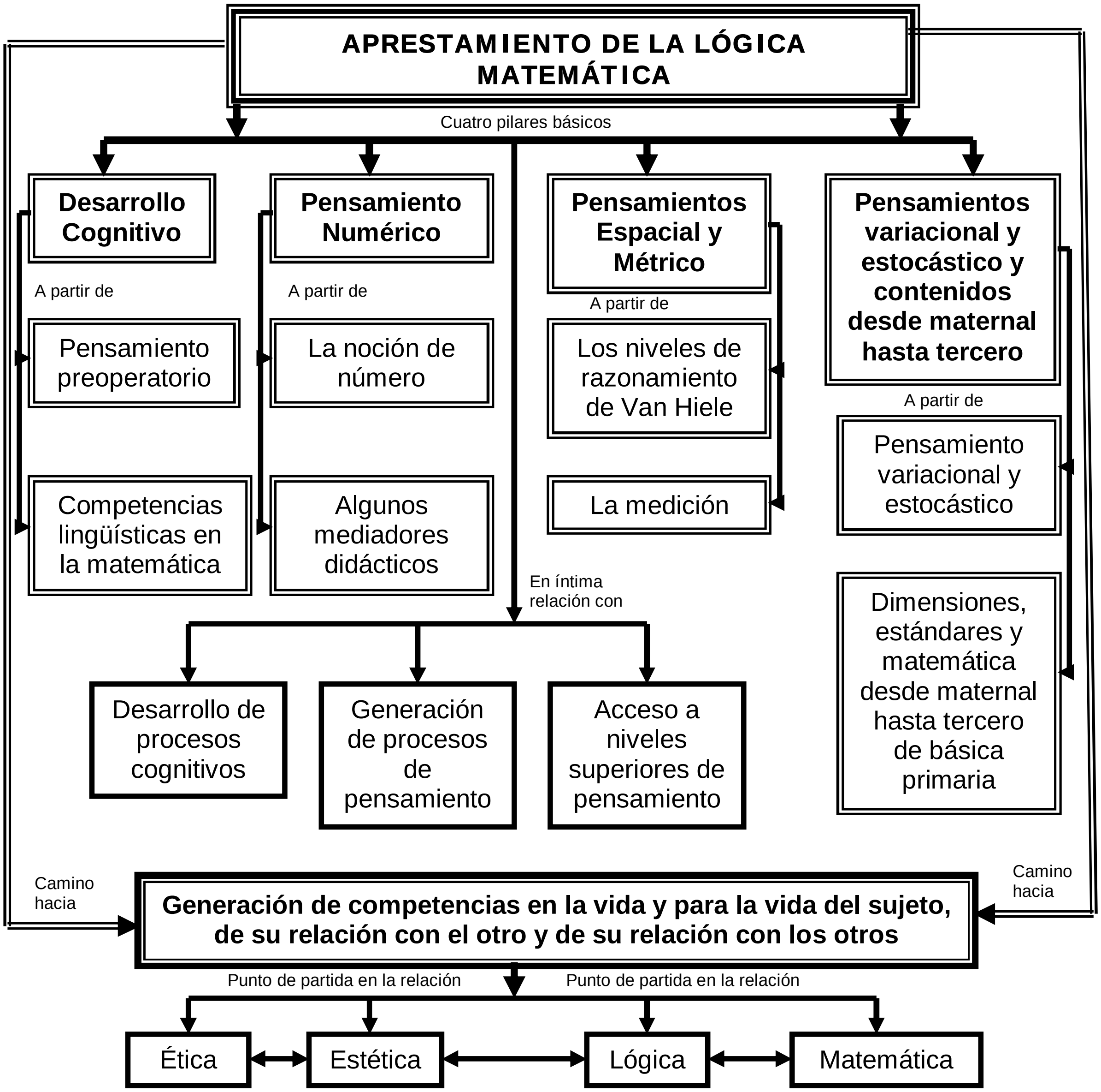
- El futuro licenciado de educación preescolar, desmitifica el acceso de los niños a conocimientos matemáticos con el rigor que el área demanda y reconoce el proceso evolutivo de los preescolares al dotar de sentido las acciones cotidianas que les propone en cada uno de los escenarios de aprendizaje.

- El estudiante reconoce la pertinencia del desarrollo del pensamiento lógico matemático, desde temprana edad, al diseñar estrategias de intervención pedagógica que reconocen las maneras como conoce el cerebro y los alcances de éste en los niños y en él mismo, como futuro licenciado.

- El estudiante desarrolla habilidades que le permiten razonar de manera lógica, crítica y objetiva, al adquirir independencia y mayor confianza en sí mismo al realizar las actividades intelectuales propuestas durante el curso.

- El estudiante utiliza procesos de pensamiento lógico matemático para interpretar y solucionar problemas de la vida cotidiana, de la tecnología, de la ciencia y de su accionar como licenciado.

2. MAPA CONCEPTUAL



3. METODOLOGÍA GENERAL Y SISTEMA DE EVALUACIÓN

Una de las funciones de la metodología es determinar la forma de presentar los contenidos a los estudiantes. Específicamente en este curso, los contenidos se trabajan teniendo en cuenta las características y la forma de aprender propias y a partir de la experimentación y de la manipulación de los objetos.

El estudiante encuentra las actividades de aprendizaje organizadas de tal forma, que siempre se enfrentará con problemas adecuados para las etapas en que se encuentran o en las que se han de encontrar los niños de preescolar hasta el grado 3º de la básica primaria, o sea, aquellos que representan situaciones propicias para el desarrollo de las estructuras de la etapa actual y de la inmediatamente siguiente. La manipulación de objetos permite apreciar qué acciones son capaces de hacer con ellos y a partir de allí, se diseñan actividades pedagógicas para llevarlos a imaginar acciones posibles sobre los mismos y prever los efectos de éstas.

El trabajo se ha diseñado de tal forma, que los estudiantes de pregrado puedan ir reconociendo progresivamente las etapas de aprendizaje lógico de la matemático propuestas en el módulo, lo que se encuentra acorde con la teoría de Piaget al permitir el juego libre y el juego estructurado durante un tiempo suficiente para la familiarización con las operaciones y las relaciones, y para la interiorización y reversibilización de las acciones concretas sobre los sistemas que recrea el niño.

Pero "sistema concreto" no se identifica necesariamente con "material concreto". El material es correspondiente a los objetos del sistema concreto, mientras que lo más importante, las operaciones y relaciones no son objetos materiales. Además, a medida que progresan las construcciones imaginativas y abstractas de los estudiantes, "concreto" debe entenderse más como "familiar" que como "material".

Una de las metas propuestas, es la de proporcionar al estudiante de pregrado tantas oportunidades de "jugar" (entiéndase juego como acción lúdica intencionada) como sean posibles, con ciertos sistemas importantes desde distintos puntos de vista, que se vuelvan concretos y familiares para él, y le sirvan como punto de partida para el reconocimiento de la construcción de sistemas concretos, conceptuales y simbólicos en el niño.

Se selecciona la metodología propuesta por la pedagogía activa, la cual si bien procura un aprendizaje que se inicia y se nutre con la experiencia física y el contacto directo con objetos ya conocidos, tiene como base la activación de procesos de pensamiento y el desarrollo de sus potencialidades, de tal manera que esa misma experiencia física sea a la vez experiencia lógico matemática.

La selección de esta metodología requiere la opción por una determinada corriente sobre la filosofía de la matemática, la corriente más coherente con la mencionada pedagogía, es el Constructivismo, y por eso se emplea para abordar los distintos sistemas, seguros de que se pueden aprovechar también, en una síntesis integradora, los beneficios de otras corrientes como el intuicionismo, el logicismo y el formalismo.

Además, la metodología propuesta está basada en la teoría sicológica de Jean Piaget, en toda la discusión ulterior tanto post-piagetiana como neo-piagetana, que se concreta en algunas técnicas de aprendizaje de la Matemática, como las de Zoltan P. Dienes, Hans Aebli, Ausubel, entre otros.

Entre las varias alternativas que se podrían proponerse, es quizá está metodología la que resulta más acorde con los descubrimientos de la sicología evolutiva, con la teoría de sistemas, y con la realidad individual y social que viven los estudiantes tanto del pregrado , como los niños de preescolar hasta 3º de la básica.

En particular, el tutor prepara cada encuentro estudiando cuidadosamente el sistema que va a presentar a sus estudiantes. No todo lo que se sepa e investigue sobre ese sistema deberá explicarse a ellos y especialmente, se han de llamar los procesos por su nombre y se deben utilizar palabras y definiciones pertinentes, es además necesario que se expliquen las estructuras que conducen a los sistemas simbólicos partiendo de los sistemas concretos y pasando por los sistemas conceptuales. Una orientación posible a utilizar por el tutor en el momento de estructurar la presentación del material, puede ser guiada por las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son los objetos con los que se está trabajando?

- ¿Qué símbolos se utilizan para representar esos objetos?
- ¿Cómo se agrupan esos objetos en conjunto?
- ¿Qué símbolos se utilizan para representar esos conjuntos?
- ¿Qué operaciones se efectúan con y entre esos objetos?
- ¿Qué símbolos se utilizan para representar esas operaciones?
- ¿Qué relaciones se descubren entre esos objetos?
- ¿Qué símbolos se utilizan para representar esas relaciones?
- ¿Qué sistemas se están estudiando?
- ¿Cómo lo se representan?
- ¿Cómo se explicita simbólicamente esa estructura?

Las preguntas anteriores son perfectamente generales para todo tipo de descripción lógica que implique procesos matemáticos y hasta para cualquier tipo de descripción científica que quiera ser rigurosa, de ahí la practicidad de su utilización.

Los estudiantes desarrollarán, además, cada una de las actividades propuestas en la Guía de actividades en forma secuencial puesto que su ubicación remite a procesos que implican las maneras como conoce el cerebro y su nivel de dificultad implica la utilización de acciones o procesos de pensamiento interiorizados mediante acciones anteriores.

Para la evaluación se tendrán en cuenta las recomendaciones planteadas por la institución y detalladas por la Facultad de Educación, de tal forma que cada estudiante estará informado desde la primera sesión de clase a partir del proyecto docente de: las fechas, el lugar, las actividades previas a cada sesión las actividades por desarrollar durante la sesión de trabajo, las actividades complementarias que debe presentar en la siguiente sesión y la evaluación correspondiente a cada encuentro.

Durante el desarrollo del curso se realizarán evaluaciones individuales de carácter formativo y estandarizado, denominadas pruebas acumulativas de conocimiento individual, las fechas de su presentación se informan en el proyecto docente. Igualmente se desarrollan actividades individuales, en pequeños grupos (no más de tres participantes) y en gran grupo durante las sesiones de trabajo presencial o correspondiente a las horas de trabajo por fuera de la sesión.

Todo el proceso evaluativo estará orientado por los criterios establecidos en el Reglamento Estudiantil vigente en el cual el proceso finalmente es considerado en los siguientes niveles:

- ✓ Excelente.
- ✓ Sobresaliente.
- ✓ Aceptable.
- ✓ Insuficiente.
- ✓ Deficiente.

El Portafolio Personal de Desempeño es de obligatorio cumplimiento y en él cada estudiante debe consignar los desarrollos que ha realizado de cada actividad propuesta, las evaluaciones, correcciones y análisis individuales que hace luego de cada sesión de trabajo, además de los elementos requeridos en forma adicional por el asesor del curso.

4. GLOSARIO

Abstracto. (Del lat. *abstrahĕre*) Separar por medio de una operación intelectual las cualidades de un objeto para considerarlas aisladamente o para considerar el mismo objeto en su pura esencia o noción.

Actividad. (Del lat. *activĭtas, -ātis*) Facultad de obrar. Diligencia, eficacia. Conjunto de operaciones o tareas propias de una persona o entidad.

Analizar. Reconocer el detalle de la realidad, las partes de cualquier todo para identificarlo mejor.

Analogía. (Del lat. *analogĭa,* y este del gr. ἀναλογία, proporción, semejanza) Relación de semejanza entre cosas distintas. Razonamiento basado en la existencia de atributos semejantes en seres o cosas diferentes.

Animismo. Capacidad de niños y niñas para interpretar los fenómenos de la realidad de un modo diferente al de los adultos, atribuyendo a objetos y hechos físicos propiedades como vida, conciencia, voluntad, entre otras.

Argumentar. (Del lat. *argumentāre*) Aducir, alegar, poner argumentos. Disputar, discutir, impugnar una opinión ajena.

Artificialismo. Niños y niñas consideran los fenómenos físicos como productos de la creación humana, pensando que las personas pueden incidir sobre ellos.

Autoevaluar. Crear el hábito de comprobar las tareas realizadas. Un ejercicio termina después de comprobarlo, no antes.

Autonomía. Del lat. *autonomĭa,* y este del gr. αὐτονομία) Condición de quien, para ciertas cosas, no depende de nadie. Poca o ninguna dependencia del cómo realizan los demás las actividades propuestas.

Capacidad. (Del lat. *capacĭtas, -ātis*) Aptitud, talento, cualidad que dispone a alguien para el buen ejercicio de algo. Habilidad de un sujeto para obtener un buen resultado ante diversas tareas. Se adquieren a medida que se trabajan y se modifican cuando se evidencia bajo rendimiento, pero, siempre se pueden mejorar con el ejercicio.

Clasificar. (Del b. lat. *classificāre*) Ordenar o disponer por clases.

Característica. Dicho de una cualidad: que da carácter o sirve para distinguir a alguien o algo de sus semejantes.

Codificar. (Del lat. *codex, -ĭcis*, código, y *-ficar*) Hacer o formar un cuerpo de leyes metódico y sistemático. Transformar mediante las reglas de un código la formulación de un mensaje. Estrategia que permite desarrollar procesos de pensamiento de forma más clara, concisa y coherente.

Comparar. (Del lat. *comparāre*) Fijar la atención en dos o más objetos para descubrir sus relaciones o estimar sus diferencias o semejanza. Identificar lo común y lo diferente de las cosas o las ideas, de acuerdo a los diferentes niveles de abstracción.

Comunicación. Se produce fundamentalmente a través del habla. Quizás el aspecto más llamativo de esta época en el desarrollo de niños y niñas, es el progreso lingüístico que se produce entre los tres y los cinco años

Conciencia. (Del lat. *conscientĭa,* y este calco del gr. συνείδησις). Propiedad del espíritu humano de reconocerse en sus atributos esenciales y en todas las modificaciones que en sí mismo experimenta. Conocimiento reflexivo de las cosas. Actividad mental a la que solo puede tener acceso el propio sujeto.

Concreto. (Del lat. *concrētus*) Dicho de un objeto: considerado en sí mismo, particularmente en oposición a lo abstracto y general, con exclusión de cuanto pueda serle extraño o accesorio.

Crear. (Del lat. *creāre*) Producir algo de la nada. Establecer, fundar, introducir por vez primera algo; hacerlo nacer o darle vida, en sentido figurado. Utilización del pensamiento divergente para inventar, completar o proponer diferentes estrategias de solución ante una citación propuesta. Posibilidad de desarrollo de habilidades propositivas.

Discriminar. (Del lat. *discrimināre*) Seleccionar excluyendo. Darse cuenta del funcionamiento mental en uno mismo o de otros. Saber distinguir las operaciones que realiza la mente como: comparar, analizar, comparar, deducir, entre otros.

Egocentrismo. Entendido como la dificultad que presentan los niños y las niñas para contemplar su propio punto de vista como uno más entre muchos otros posibles. De ahí la tendencia a centrarse en un solo rasgo llamativo de la situación y la dificultad para descentrarse de esa fijación y tener en cuenta otros rasgos.

Elemento. (Del lat. *elementum*) Cada uno de los componentes de un conjunto. En una estructura formada por piezas, cada una de estas.

Estrategia. (Del lat. *strategĭa,* y este del gr. στρατηγία) En un proceso regulable, conjunto de las reglas que aseguran una decisión óptima en cada momento.

Figura. (Del lat. *figūra*). Forma exterior de un cuerpo por la cual se diferencia de otro. Línea o conjunto de líneas con que se representa un objeto. Espacio cerrado por líneas o superficies.

Hipótesis. . (Del lat. *hypothĕsis,* y este del gr. ὑπόθεσις) Suposición de algo posible o imposible para sacar de ello una consecuencia. La que se establece provisionalmente como base de una investigación que puede confirmar o negar la validez de aquella.

Identificar. (De *idéntico*, con supresión de la última sílaba, y *-ficar*) Hacer que dos o más cosas en realidad distintas aparezcan y se consideren como una misma. Descubrir las características de cualquier objeto y distinguir las esenciales de las accesorias.

Inferir. (Del lat. *inferre*, llevar a) Sacar una consecuencia o deducir algo de otra cosa.

Iniciativa. (Del lat. *initiātus*, part. pas. de *initiāre,* e *-ivo*) Que da principio a algo. Acción de adelantarse a los demás en hablar u obrar.

Interpretar. (Del lat. *interpretāri*) Explicar o declarar el sentido de algo, y principalmente el de un texto. Explicar acciones, dichos o sucesos que pueden ser entendidos de diferentes modos.

Lógica. (Del lat. *logĭca,* y este del gr. λογική) Ciencia que expone las leyes, modos y formas del conocimiento científico. La que admite una cierta incertidumbre entre la verdad o falsedad de sus proposiciones, a semejanza del raciocinio humano. La que opera utilizando un lenguaje simbólico artificial y haciendo abstracción de los contenidos. Disposición natural para discurrir con acierto sin el auxilio de la ciencia.

Matemática. (Del lat. *mathematĭca,* y este del gr. τὰ μαθηματικά, der. de μάθημα, conocimiento) Ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones. Estudio de relaciones generales entre elementos de conjuntos abstractos.

Mediador. (Del lat. *mediātor, -ōris*) Elemento que permite facilitar el acceso a procesos superiores de pensamiento.

Motivación. Ensayo mental preparatorio de una acción para animar o animarse a ejecutarla con interés y diligencia.

Necesidad. (Del lat. *necessĭtas, -ātis*) Impulso irresistible que hace que las causas obren infaliblemente en cierto sentido. Vivencia (tomar conciencia) de que algo falta para poder funcionar mejor. Es la energía, el motor que impulsa el deseo de hacer bien las cosas. La necesidad mueve a la persona a manifestarse en acciones interiores (pensar, decidir, diseñar estrategias, …) o exteriores (realizar una actividad propuesta, cometer un encargo, desarrollar algo por propia iniciativa).

Observar. (Del lat. *observāre*) Examinar atentamente. Percibir con claridad y de modo sistemático: detalles, formas variadas, mezclas… (requiere de una percepción clara y atención focalizada).

Pensar. (Del lat. *pensāre*, pesar, calcular, pensar) Imaginar, considerar o discurrir. Reflexionar, examinar con cuidado algo para formar dictamen. Intentar o formar ánimo de hacer algo.

Problema. (Del lat. *problēma,* y este del gr. πρόβλημα) Cuestión que se trata de aclarar. Proposición o dificultad de solución dudosa. Conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de algún fin. Planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.

Proponer. (Del lat. *proponĕre*) Manifestar con razones algo para conocimiento de alguien, o para inducirle a adoptarlo. Hacer una propuesta. En las escuelas, presentar los argumentos en pro y en contra de una cuestión.

Proposición. (Del lat. *propositĭo, -ōnis*) Acción y efecto de proponer. Expresión de un juicio entre dos términos, sujeto y predicado, que afirma o niega este de aquel, o incluye o excluye el primero respecto del segundo. Enunciación de una verdad demostrada o que se trata de demostrar. Parte del discurso, en que se anuncia o expone aquello de que se quiere convencer y persuadir a los oyentes.

Razonamiento preconceptual. Los niños y las niñas no van de lo general a lo particular ni de lo particular a lo general, sino que pasan de lo particular a lo particular y operan mediante la mera yuxtaposición de partes sin lograr una auténtica articulación entre ellas.

Realismo. Las cosas son lo que aparentan ser en la percepción inmediata. Así, los sueños, los nombres de las cosas, las obligaciones morales... son tratados como entidades casi tangibles y sustanciales.

Representación. (Del lat. *representatĭo, -ōnis*) Acción y efecto de representar. Imagen o concepto en que se hace presente a la conciencia un objeto exterior o interior. Figura con que se expresa la relación entre diversas magnitudes.

Simbolismo y representación. Hacia los dos años y medio los niños y las niñas, sin abandonar el mundo de la acción, acceden al mundo de los símbolos de diferentes formas: imitación en ausencia de modelos, juego de ficción, lenguaje, habla e imágenes internas, sueños, fantasías, entre otros.

Sintetizar. (Del gr. συνθετίζεσθαι) Comprimir lo hecho, leído o estudiado en forma de conclusiones.

Transferir. (Del lat. *transferre*) Pasar o llevar algo desde un lugar a otro. Extender o trasladar el significado de una voz a un sentido figurado.

5. BIBLIOGRAFÍA

ALARCÓN, Constanza. La Formación de Educadores en Preescolar. Documento Marco para los Talleres Regionales. Asociación Colombiana de Facultades de Educación – ASCOFADE. 2004

BAQUÉS, Mirían. 600 juegos para Educación Infantil. España: Ceac Educación, 2004.

BERMEJO, Vicente. El niño y la aritmética. España: Ed. Paidós, 1990.

BIBLIOTECA DE CONSULTA MICROSOFT® ENCARTA® 2005. © 1993-2004.

CASTORINA, José Antonio y PALAU, Gladis Dora. Introducción a la lógica operatoria de Piaget. Alcances y significado para la psicología genética. Buenos aires: Ed. Paidós, 1982.

DIENES Z.P., Golding. Como utilizar los bloques lógicos. Sexta Edición. Barcelona: Editorial Teide, 1984.

ENCICLOPEDIA DE LA EDUCACIÓN PREESCOLAR. Desarrollo lógico – matemático. Madrid: Santillana S.A., 1987.

EVERT W., Beth y PIAGET, Jean. Epistemología matemática y psicológica. Barcelona: Ed. Crítica, 1980.

MARTÍNEZ DE SOUSA, J. Diccionario de ortografía de la lengua española. Madrid: Ed. Paraninfo, 1996.

MESA BETANCUR, Orlando. Criterios y estrategias para la enseñanza de las matemáticas. Centro de Pedagogía Participativa. Medellín, 1994.

MINISTERIO DE EDUCCIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares, Lengua castellana. Cooperativa Editorial Magisterio, 1998.

__________________________________. Lineamientos curriculares, Matemática. Cooperativa Editorial Magisterio, 1998.

__________________________________. Lineamientos curriculares, Preescolar. Cooperativa Editorial Magisterio, 1998.

___________________________________. La revolución educativa, estándares básicos de matemáticas y lenguaje educación media y básica. Mayo 2003.

LINARES CISCAR, Salvador y otros. Teoría práctica en educación matemática. Sevilla: Ediciones ALFAR, 1990.

SARASA, María Patricia y VALENCIA CARRASCAL, Gabriel Ferney. Movilización de esquemas de conceptualización geométrica en niños y niñas de la educación básica primaria. Medellín, 1995. Trabajo de Investigación (Maestría en psicopedagogía). Universidad de Antioquia. Facultad de Educación.

VALENCIA CARRASCAL, Gabriel Ferney. Papiroflexia y geometría. Documento de trabajo. Medellín, 2002.

CIBERGRAFÍA:

www.colombiaaprende.edu.co

www.apinex.org/psico_evolutiva.htm

www.humanas.unal.edu.co

www.guiainfantil.com

www.ieev.uma.es

www.personales.com/peru/huancayo/pestalozzi/biografia.htm

www.sectormatematica.cl/preescolar.htm

www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/article-73593.html

www.colombiaaprende.edu.co/html/ mediateca/1607/propertyvalue-21541.html

www.dma.fi.upm.es/docencia/primerciclo/matrecreativa/juegos/poliminos/

www.iespana.es/chelis/index.htm

www.redescolar.ilce.edu.mx

GUÍA DE ACTIVIDADES

CAMPOS DE PREGUNTAS PARA CUALQUIER TIPO DE ACTIVIDAD.

El juego es la posibilidad mágica que tiene un niño para recrear el universo que habita y convertir cada experiencia en un mundo asombroso de aventura y descubrimiento. Las actividades propuestas, deben por tal razón, poseer un principio y un final, un durante y un después, una planeación y su respectiva evaluación. Durante el desarrollo de cada acción de aprendizaje, es indispensable, entonces, el acompañamiento permanente de quien lidera el proceso, razón por la cual preguntas como las siguientes planteadas al niño, permiten analizar el proceso vivido por el niño:

¿Cómo vas con la actividad?
¿Has resuelto el ejercicio?
¿Cómo lo has hecho?

Lo ideal es relacionar las conclusiones del proceso vivido, a las que se denominan conocimiento, a otros campos del conocimiento. Para facilitar claridad en lo expuesto, se plantean varios de ellos que permiten desarrollar procesos de aprendizaje centrados no solo en el desarrollo de habilidades y destrezas en el niño, sino también, en la posibilidad constante de aprendizajes con significado, entre los campos posibles se plantean los siguientes:

- **El mundo del conocimiento,** a partir de preguntas como las siguientes:

  ¿Qué observas en el dibujo?
  ¿Qué es lo que más te llama la atención en el cuento y por qué?
  ¿Qué es tal cosa?

- **El mundo de la comprensión,** a partir de preguntas como las siguientes:

  ¿Qué tienes que realizar en esta actividad?
  ¿Cómo solucionarías tú esta situación?

- **El mundo de la aplicación**, a partir de preguntas o enunciados como los siguientes así:

  Lo que hemos trabajado ¿Dónde más podría suceder?
  Ofrécele al grupo un ejemplo del concepto que hemos trabajado.

- **El mundo de la capacidad sintética**, Evidente a partir de preguntas como:

  ¿Tú qué harías si...?
  ¿Cómo crees que resolvería esta situación "tal personaje del problema"?

- **El mundo de la proyección emocional,** evidente en situaciones como:

  ¿Cómo te sientes con el resultado obtenido?
  Muy bien por el proceso realizado.

- **El mundo de la evaluación**, permanente durante todo el proceso y claro a partir de interrogantes como:

  ¿Qué lograste comprender al realizar la actividad propuesta?
  ¿Cómo mejorar lo ya realizad?
  ¿Qué otras alternativas de solución propones?

¿QUÉ TÉCNICAS DE INTERROGATORIO PUEDE UTILIZAR EL EDUCADOR?

Las técnicas de interrogatorio de los educadores, incluso las destinadas a lograr que los niños entiendan conceptos, formulen hipótesis y generen preguntas interesantes, pueden ayudar a los estudiantes a apreciar la matemática que los rodea.

El número y las operaciones: en vez de contar de memoria y reconocer los numerales, se puede animar a los niños a preguntar:

¿Cuántos hay?

¿Podemos averiguarlo sin contarlos todos?

¿Cuántos necesitamos?

¿Tenemos lo suficiente?

¿Quién tiene más?

¿Hay algunos de sobra?

¿Qué pasa cuando quitamos los números o los juntamos?

La Geometría: además de simplemente aprender los nombres de formas básicas, los niños pueden descubrir:

¿Cómo son similares estas formas?

¿Cómo son diferentes?

¿Cuáles se acomodan?

¿Cuáles dejan espacios entre si?

¿Qué podemos construir con estas?

¿Cuáles formas podemos hacer usando estas otras?

La medición: En vez de aprender a usar una regla, los niños pueden determinar:

¿Cuál es más grande?

¿Cuál tiene más cosas?

¿Cuál es más pesado?

¿Cuál es más largo?

¿Cuál es más corto?

¿Cómo se puede averiguar?

El recogimiento de datos: Los niños pueden prepararse para representar los datos en tablas y gráficos clasificando y organizando objetos en grupos para ver cual grupo tiene más o menos.

¿Tenemos más manzanas rojas o más verdes?

El algebra: En lugar de utilizar símbolos para representar cantidades, los niños pueden jugar con ideas relacionadas con la generalización y la posibilidad de hacer predicciones mediante la exploración de patrones:

¿Qué sigue?

¿Cómo lo sabes? o

¿Cómo lo descubriste?

La matemática también ayuda a los niños a entender, organizar y analizar sus experiencias científicas. Pueden experimentar las conexiones entre la matemática y la música al explorar el ritmo y los patrones y entre la matemática y el arte al trabajar con la simetría y el diseño.

ACTIVIDADES DE RECONOCIMIENTO

Durante el desarrollo de las siguientes actividades, se recomienda seguir paso a paso las instrucciones planteadas para cada una de ellas. Recuerde que es importante resolverlas en el orden en el cual se encuentran propuestas. Estas actividades son de carácter individual, deben ser consignadas en el Portafolio Personal de Desempeño y discutidas luego en el gran grupo durante las sesiones de asesoría presencial.

CONSTRUIR ALGUNOS MATERIALES PARA DESARROLLAR PROCESOS LÓGICO - MATEMÁTICOS

Es importante que cada maestro de preescolar hasta el grado tercero como mínimo, posea en su material de trabajo los siguientes elementos básicos, los cuales le permitirán desarrollar procesos cada vez más estructurados y acordes a las maneras como aprende el niño.

ACTIVIDAD 1. LAS REGLETAS DE COUSENAIRE

En el capítulo que trata sobre la construcción del número, se muestran tal como en la imagen siguiente las regletas de Cousenaire y se indica el valor equivalente a cada una de ellas. Este material no solo está estructurado por el número que caracteriza cada pieza, sino, por las relaciones que es posible establecer entre ellas, lo que implica relaciones tales como la de equivalencia, que remite al color y a la longitud de la regleta y el criterio de orden, en el cual cada juego de regletas se puede ordenar sucesivamente.

1 unidad = Blanca

2 unidades = Roja

3 unidades = Verde claro

4 unidades = Morado

5 unidades = Amarillo

6 unidades = Verde oscuro

7 unidades = Negro

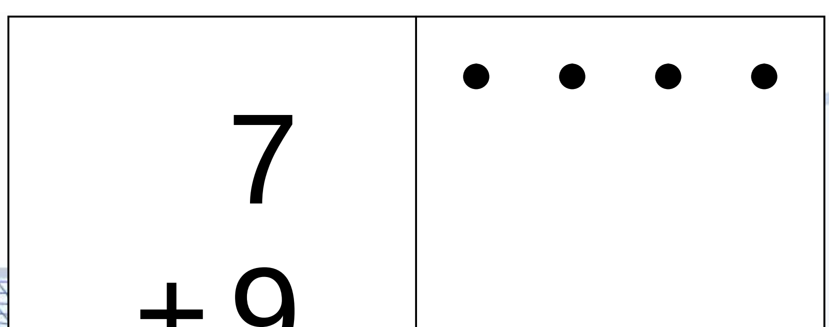
8 unidades = Café

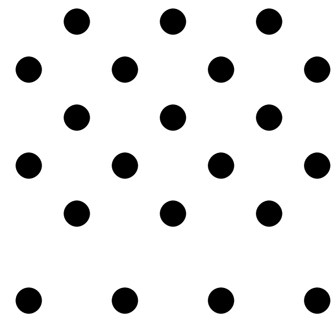
9 unidades = Azul índigo

10 unidades = Naranja

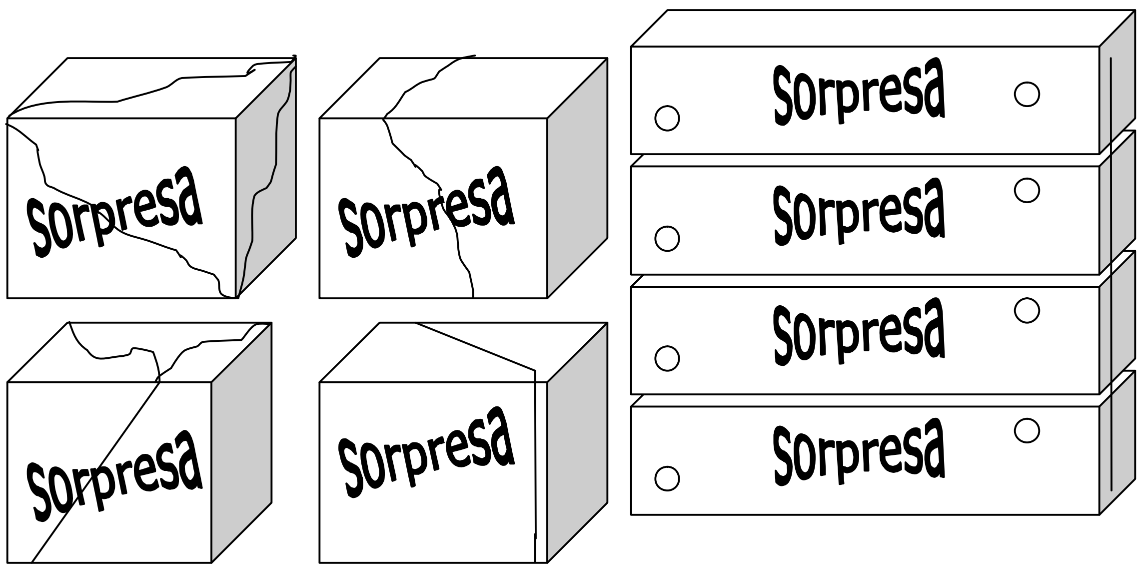
ACTIVIDAD 2. EL DOMINÓ

Es conveniente que cada una de las fichas posea un tamaño de 20cm. De largo por 10 cm. de ancho y que el material en el que sean construidas sea lo suficientemente resistente al uso. Las imágenes, deben ser distribuidas simétricamente y en sentido vertical, este material permite el desarrollo de diversos ejercicios de combinación y de comprensión y construcción de las cuatro operaciones básicas.





ACTIVIDAD 3. CAJAS DE DECROLY



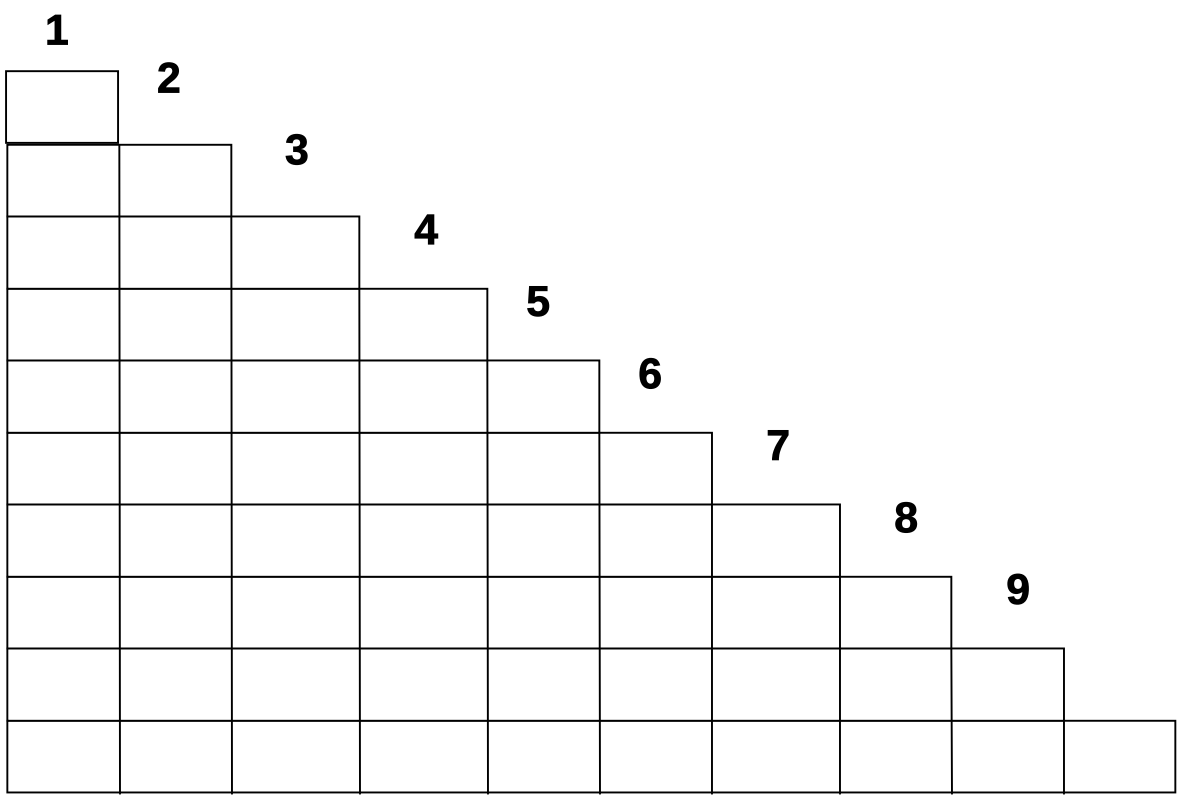
Cajas sorpresa. Este material consta de diversas cajitas carradas, cada una de ellas con un procedimiento diferente al de las demás, en su interior siempre existirá la posibilidad de encontrar una sorpresa diferente (como un dulce). Esta actividad permite el desarrollo de la atención y el análisis a partir de razonamientos lógicos.

Cajas de clasificación. Son cajas de madera con cuatro compartimentos cada una. Al interior de cada compartimiento se encuentran objetos clasificados por una característica en particular.

Incluso su diferenciación puede estar generada por el tamaño, el color, la forma, el grosor o la textura.

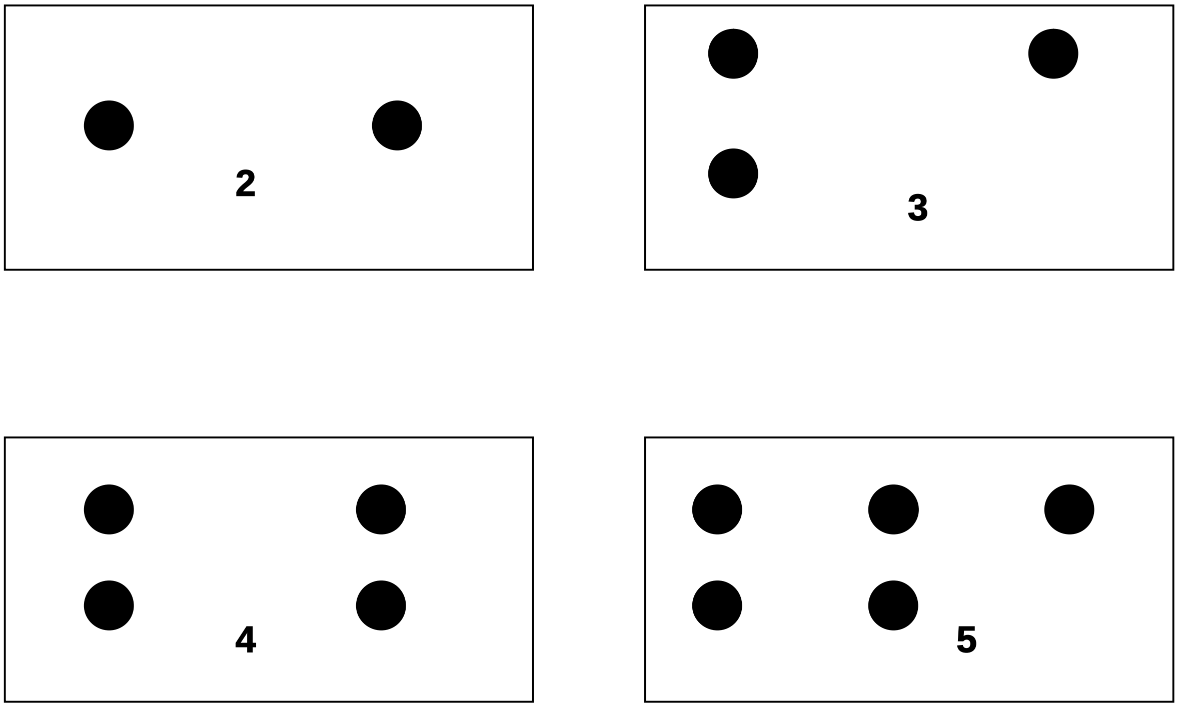
ACTIVIDAD 4. MATERIAL DE MONTESORY

Las barras de Sèguin. Son diez barras divididas en segmentos de un decímetro, la primera de ellas mide un decímetro de largo y representa al número uno, la segunda mide dos decímetros y representa el dos; así sucesivamente hasta llegar al diez (las equivalencias pueden cambiar y contar de diez en diez, o de veinte en veinte y así sucesivamente según el nivel de dificultad que se esté trabajando). Los colores se deben intercambiar y deben ser dos los escogidos para tal fin.



ACTIVIDAD 5. LAS FICHAS

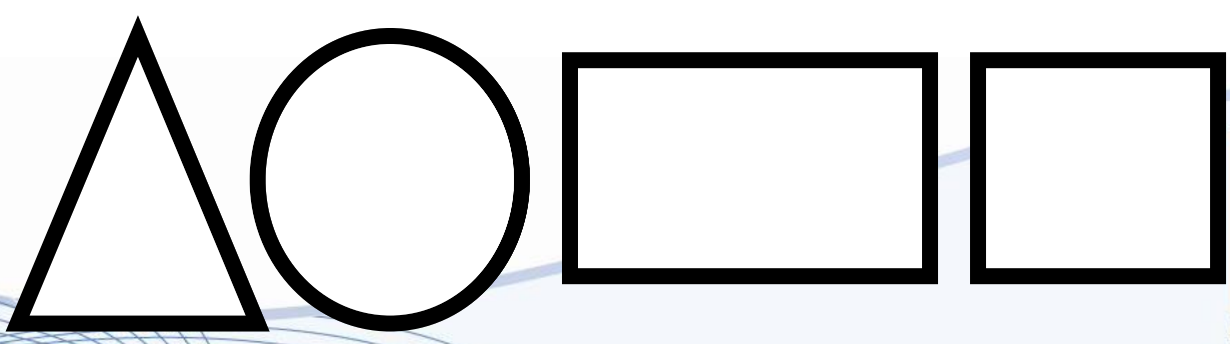
Este material se utiliza para identificar cantidades pares y cantidades impares, cada ficha mide 20 cm. de largo por 10 cm. de ancho en un material lo suficientemente resistente al uso. Sobre la mesa se han de disponer nueve fichas en las que se encuentran las nueve cifras iniciales del conjunto de los números naturales, se deben realizar diez fichas por cada número del uno al nueve y deben existir diez fichas adicionales sin ninguna representación numérica en su interior, equivalente al cero. Es importante recordar la simetría en el diseño.

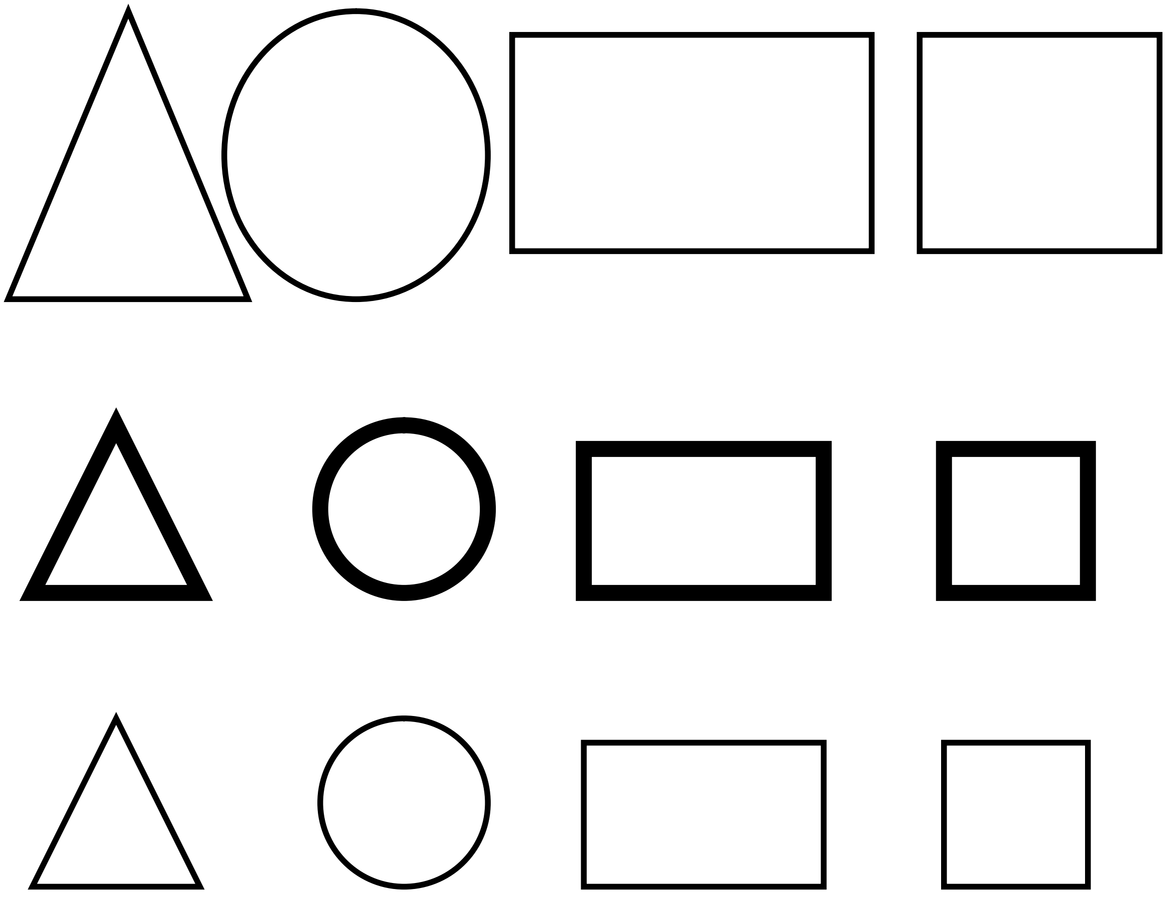


ACTIVIDAD 6. LOS BLOQUES LÓGICOS

Conjunto de 48 piezas, con cuatro formas diferentes: círculo, triángulo, rectángulo y cuadrado. Cada una de ellas aparece en tres colores diferentes: azul, rojo y amarillo. Cada forma presenta diferencia de espesor: grueso y delgado y, diferencia de tamaño: grande y pequeño. Con este material se pueden trabajar ordenaciones por color, espesor, forma; clasificaciones, numeraciones y ejercicios de razonamiento lógico.

Cada bloque se diferencia de los demás al menos en una de las características, en dos, en tres o en las cuatro.





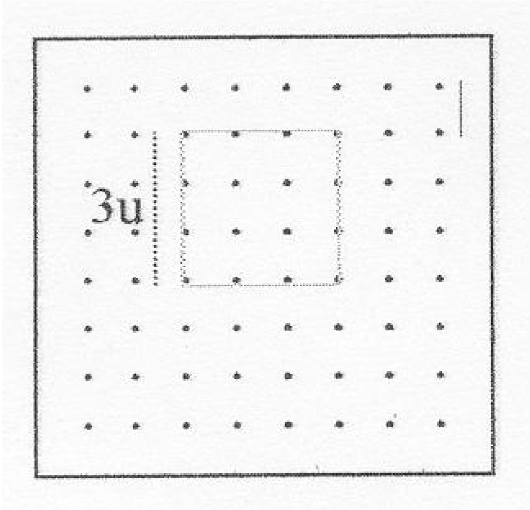
Además, los bloques lógicos sirven para poner a los niños ante una serie de situaciones que les permiten llegar a adquirir determinados conceptos matemáticos y contribuir así al desarrollo de su pensamiento lógico. A partir de cada actividad con los bloques lógicos, el niño llega a:

- Nombrar y reconocer cada bloque
- Reconocer cada una de sus variables y valores

- Clasificarlos atendiendo a un solo criterio, como puede ser la forma o el tamaño, para pasar después a considerar varios criterios a la vez.
- Comparar los bloques estableciendo las semejanzas y las diferencias.
- Realizar seriaciones siguiendo distintas reglas.
- Establecer la relación de pertenencia.
- Definir elementos por la negación.

ACTIVIDAD 7. GEOPLANO DE GATTEGNO

Es una tabla de 25 x 25 cms. Dividida en 24 cuadros. Las intersecciones de las líneas que forman los cuadros llevan cada una un clavo de cabeza pequeña. Este material se acompaña de cauchos de colores o en su defecto de lanas, también de variados colores. Gracias a este material se explora el espacio, se trabajan desplazamientos y se potencia el pensamiento métrico.



El geoplano es un instrumento de trabajo de una basta riqueza, porque permite que el estudiante explore distintas posibilidades con mucha mayor facilidad que cuando trabaja con lápiz y papel, dado que para "trazar" figuras y modificarlas basta poner y quitar cauchos de colores o tiras de lana gruesa. Desafortunadamente el trabajo que se conoce del geoplano es incipiente y poco ilustrativo, no obstante, su potencialidad como instrumento que permite al estudiante explorar y descubrir. Alcanza niveles que ameritan el desarrollo de procesos de investigación en didáctica de la matemática.

ACTIVIDAD 8. MATERIAL ESTRUCTURADO PARA GEOMETRÍA Y MEDICIÓN

Es posible obtener este tipo de materiales en el mercado o construirlo con un poco de creatividad y mucho empeño, entre ellos, se sugieren los siguientes:

- Tableros de encajes. Con objetos geométricos en diferentes posiciones.
- Geoplano de Gategno
- Bloques lógicos
- Encajes de formas geométricas, de tres objetos geométricos básicos, o de más de tres objetos geométricos.
- Apilables, de formas geométricas básicas.
- Dominós de formas geométricas de 20 cm. de largo por 10 cm. de ancho en un material lo suficientemente resistente al uso.
- Rompecabezas, sencillos y diversos.

ACTIVIDAD 9. OTROS MATERIALES

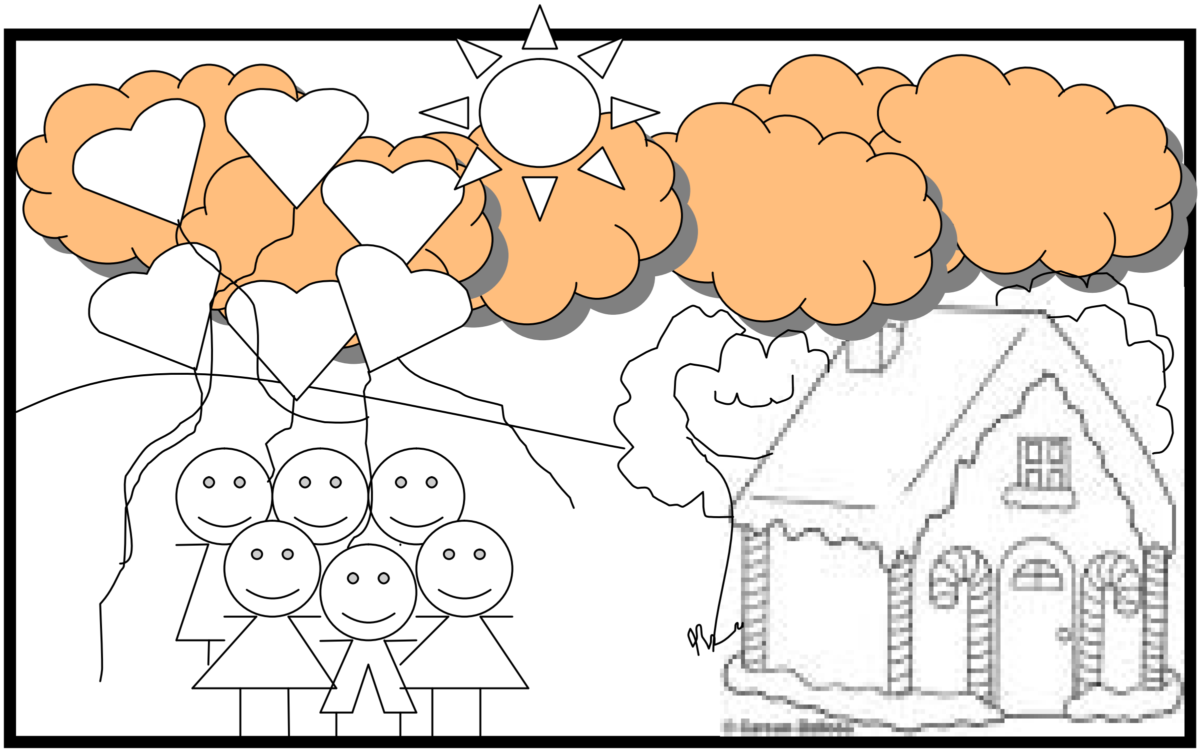
Los elementos familiares para el niño del tipo discontinuo como tapa, lápices, tapones de corcho, bolas, palillos, granos, entre otros; o de tipo continuo como agua, aserrín, arena, y otro.

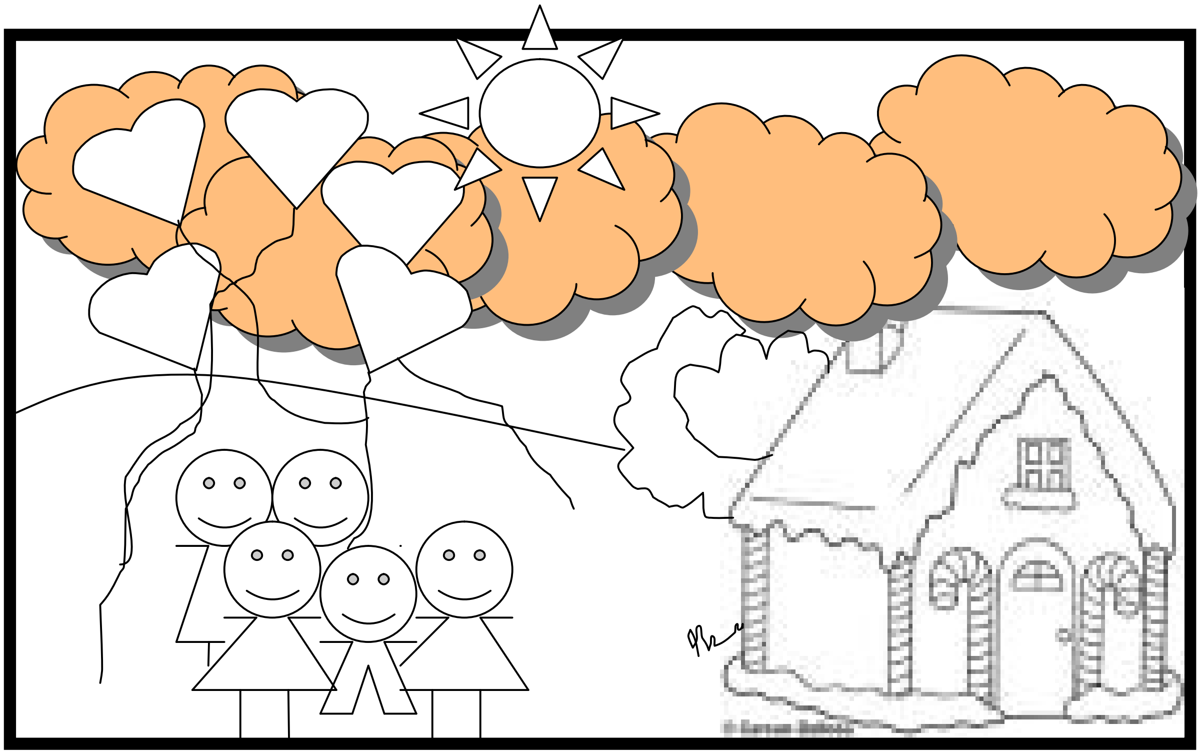
El profesor, además, elabora láminas de observación, tarjetas para asociar, ordenar y clasificar, juegos de encaje, rompecabezas y fichas de trabajo

EJERCICIOS DE PERCEPCIÓN

ACTIVIDAD 10. ENCUENTRO DIFERENCIAS DE UNA EN UNA

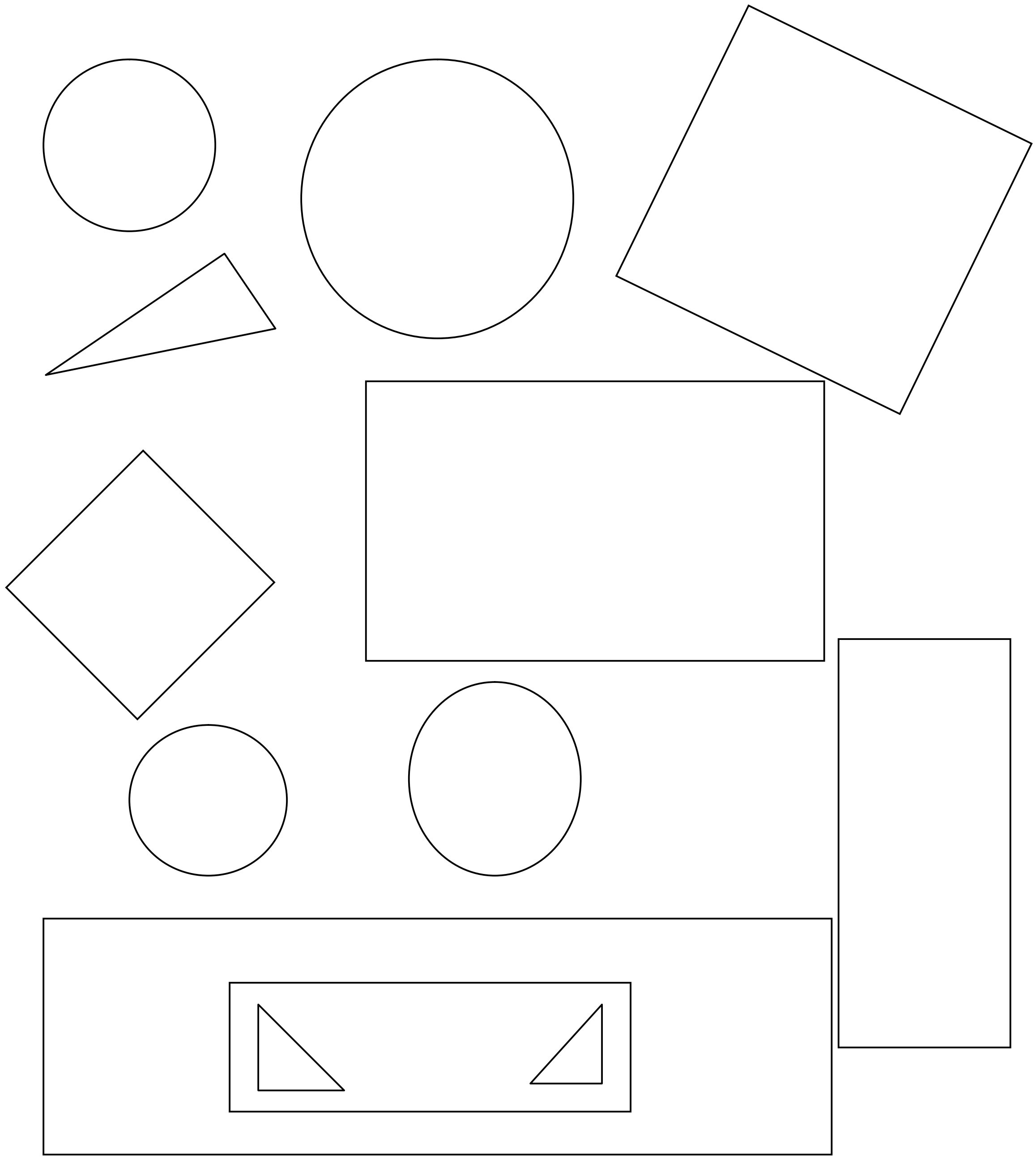
Plantear las diferencias existentes entre los dos dibujos.





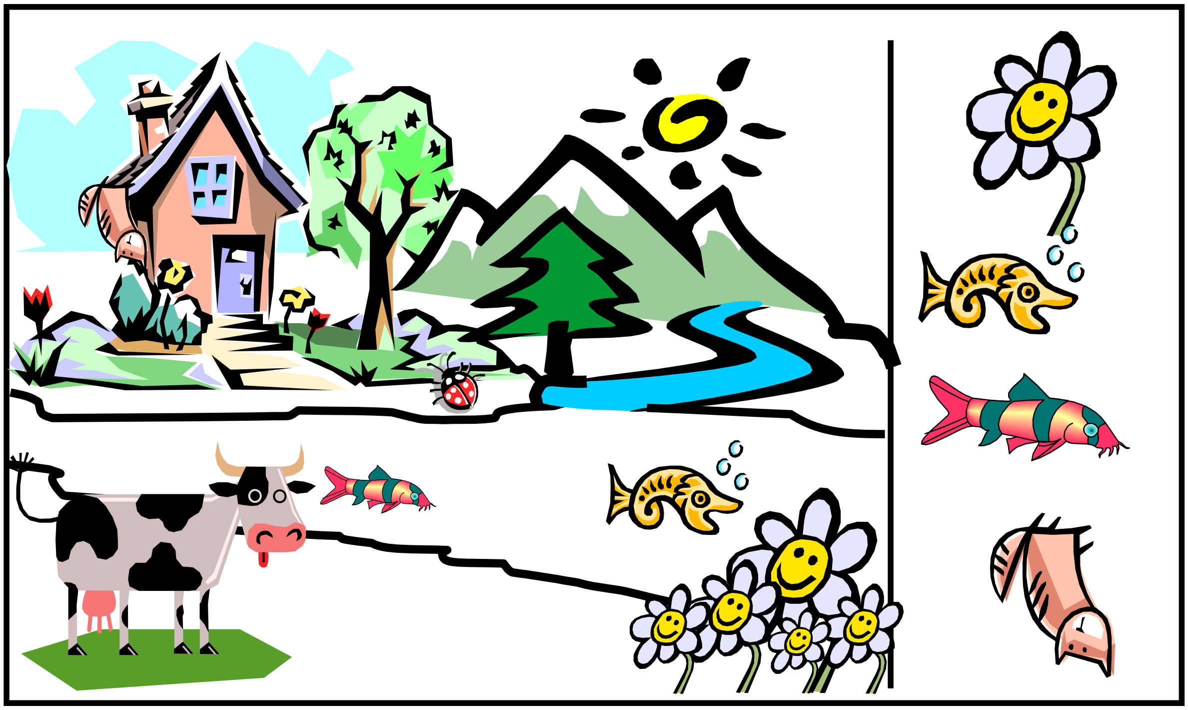
ACTIVIDAD 11. ES HORA DE COLOREAR

Pintar con un color similar al sol los cuadrados; con otro, que parece el piso de la montaña, los rectángulos; otro, como los corazones de los enamorados, para los círculos y uno diferente a los demás para los triángulos.



ACTIVIDAD 12. A SEÑALAR SE DIJO

H P



Señale en el dibujo de la izquierda, los elementos del conjunto de la derecha que le pertenecen y únalos con una línea, luego establezca la relación de pertenencia o no pertenencia entre los elementos del conjunto H y los del conjunto P.

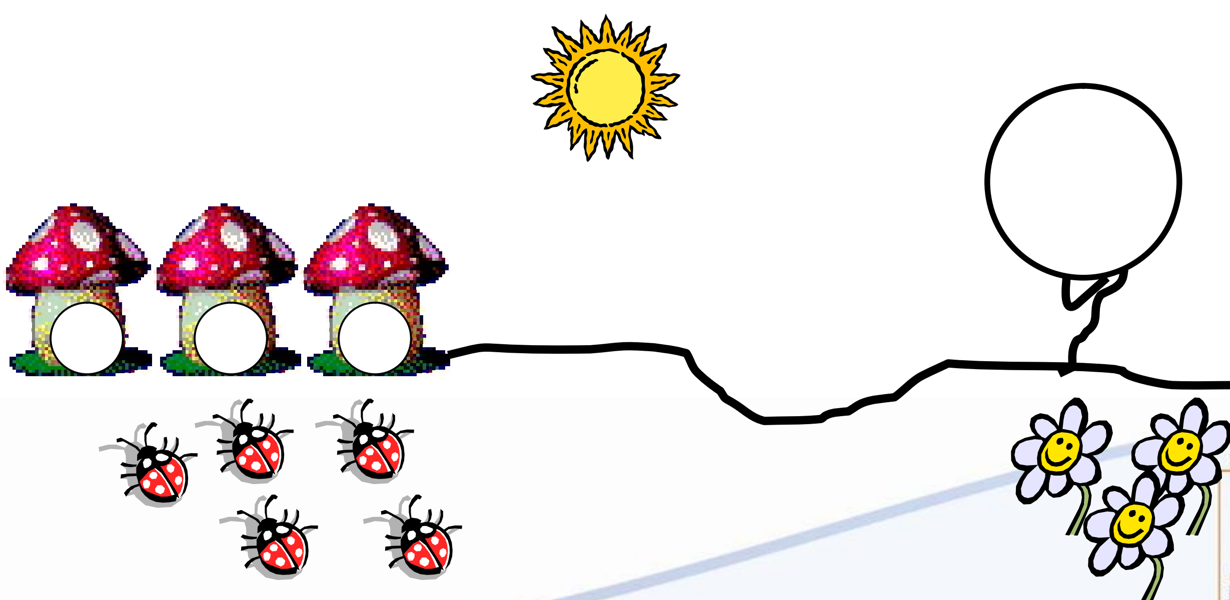
ACTIVIDAD 13. ¿CUÁL ES LA ESTRELLA CORRESPONDIENTE EN CADA CASO?

Realice un recorrido para cada estrella con un color diferente y localiza la estrella de la derecha que corresponde a la de la izquierda.

EJERCICIOS DE CONSERVACIÓN DE FORMA

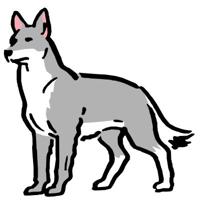
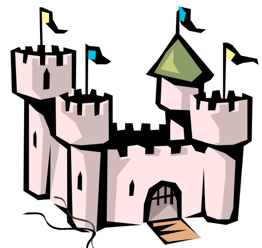
ACTIVIDAD 14. REDONDO, REDONDO COMO UNA O

Coloree del mismo color amarillo los objetos redondos

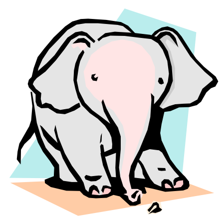
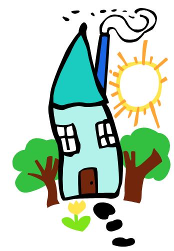


ACTIVIDAD 15. CADA TEJO CON SU APAREJO

Luego de recortar los objetos de la parte superior, ubicar los elementos que pueden colocarse en cada banda, de acuerdo con una característica común.



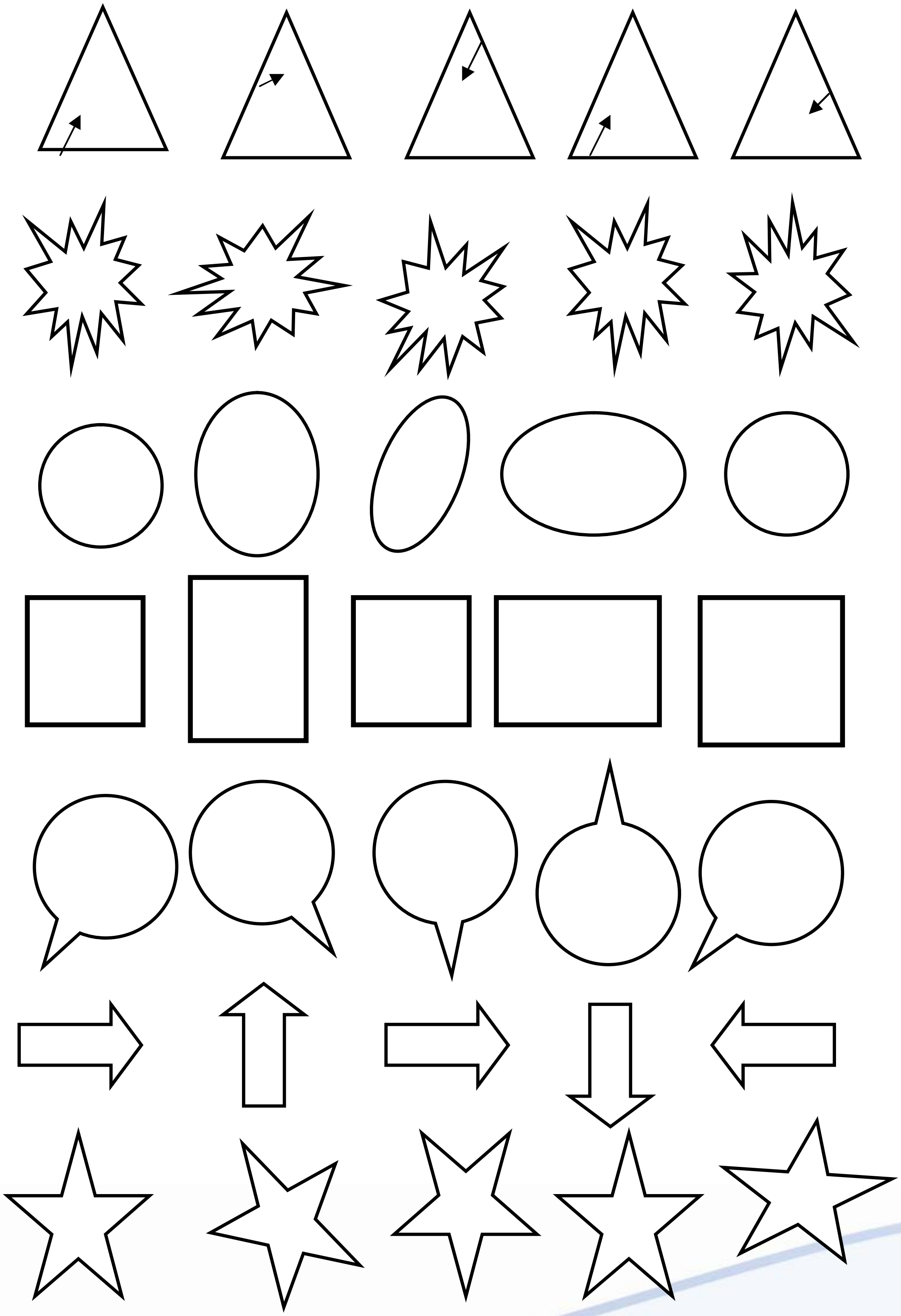
A

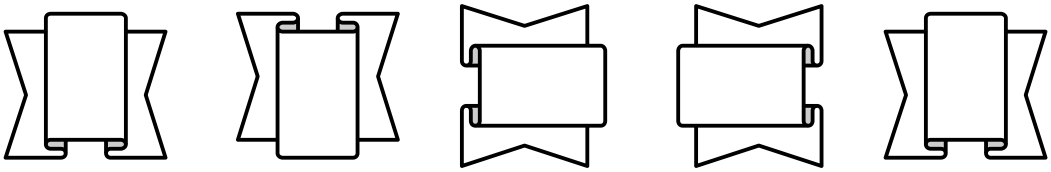
B

C

ACTIVIDAD 16. IGUAL AL MODELO

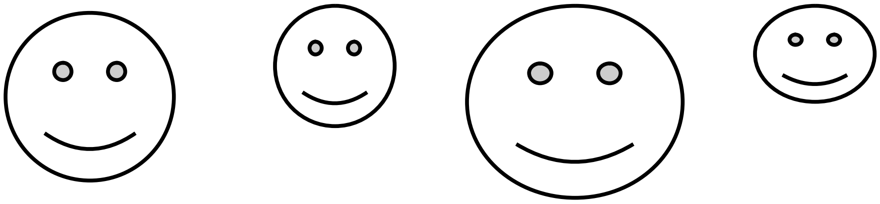
Pinta la figura igual a la del modelo que se encuentra en la posición inicial de la fila.





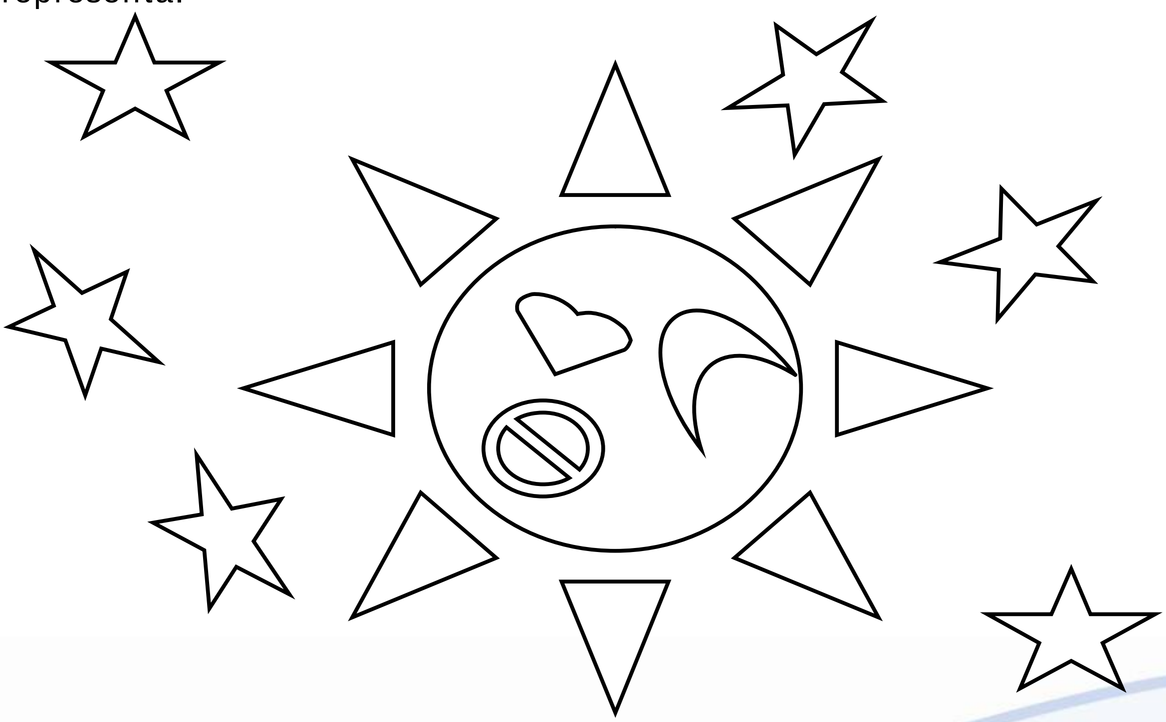
ACTIVIDAD 17. DE MAYOR TAMAÑO

Dibuje el cuerpo de la cara más grande.

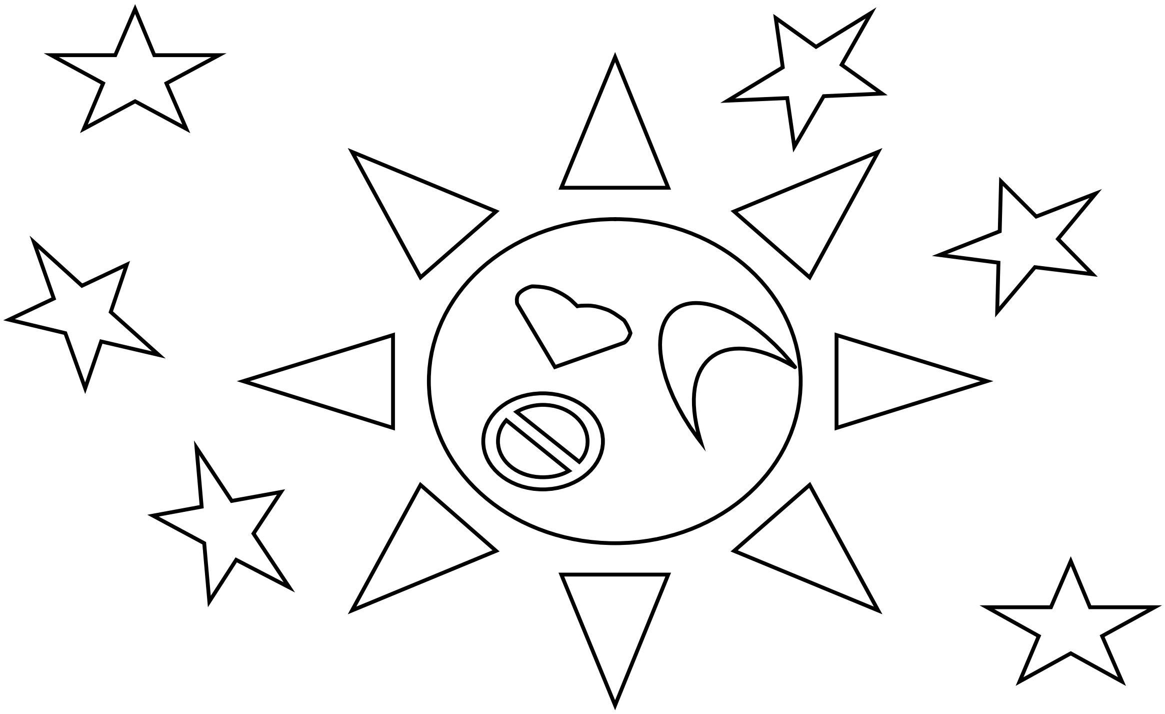


ACTIVIDAD 18. DENTRO O FUERA

Pinte las figuras que están dentro del sol y escriba el cardinal que las representa.

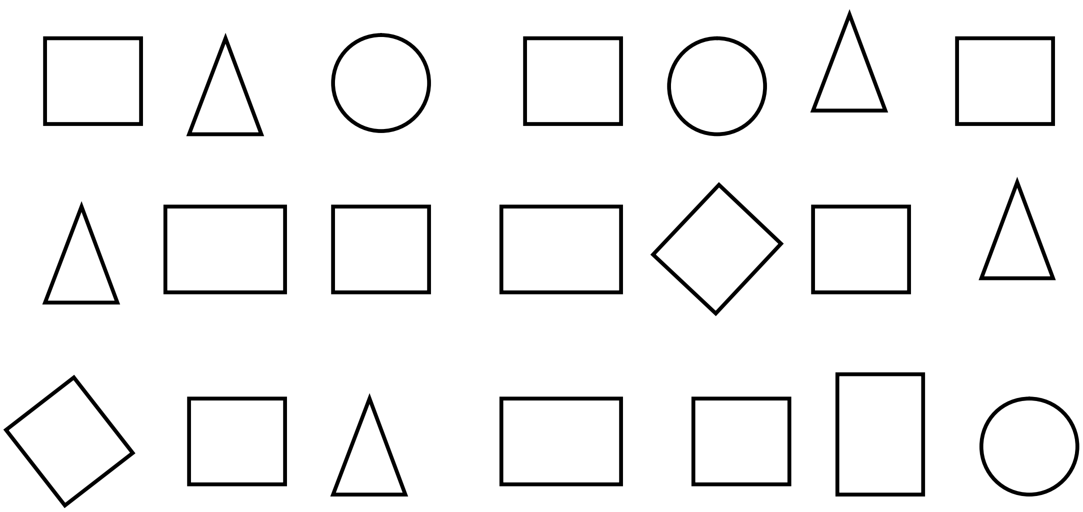


Pinte las figuras que están fuera del sol y que poseen tres lados. Identifique y escriba el cardinal que las representa.

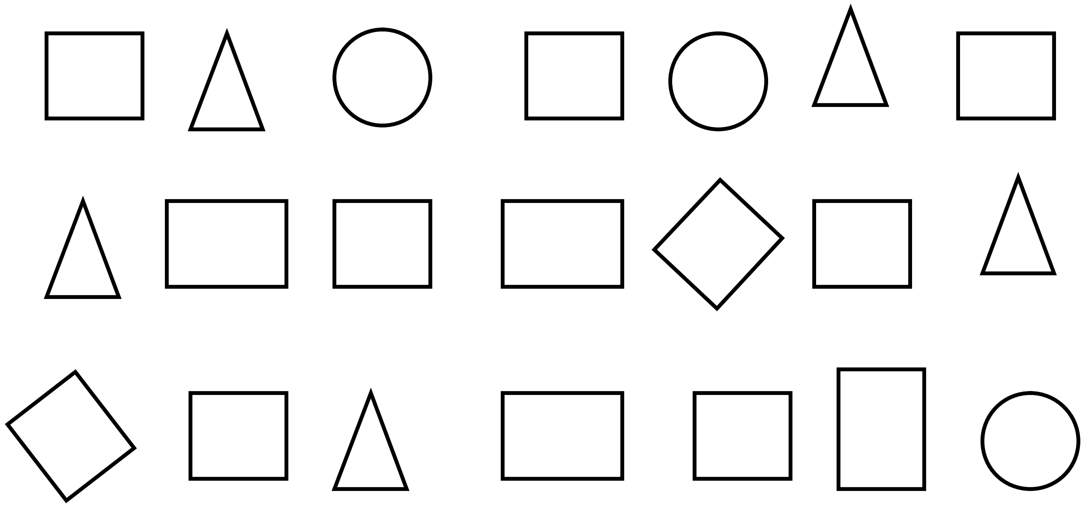


ACTIVIDAD 19. CLASIFICA LAS FIGURAS

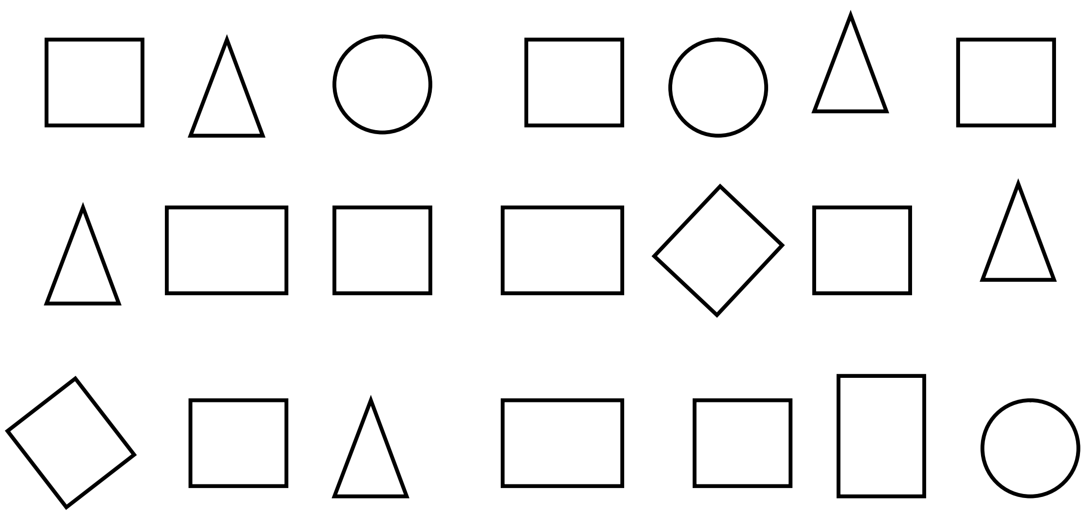
Pinte los cuadrados.



Pinte los triángulos.



Pinte los círculos.

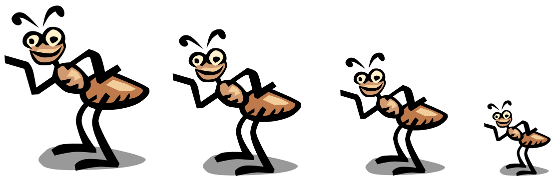


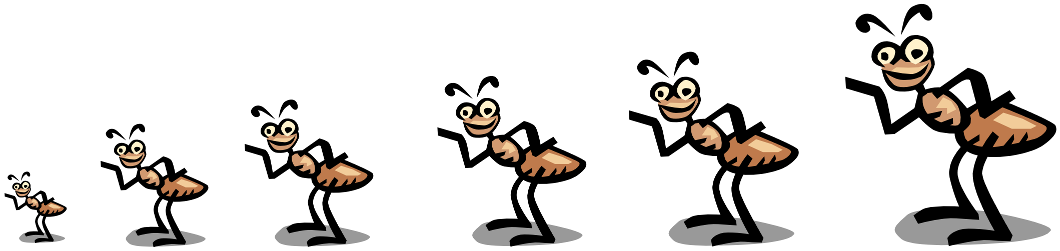
ACTIVIDAD 20. DIBUJE ARRIBA - ABAJO

Dibuje y coloreé un plato y un florero sobre la mesa y un perro abajo de la mesa.

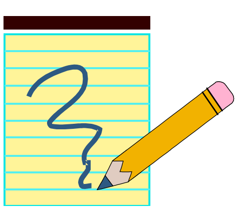
ACTIVIDAD 21. LARGO - CORTO

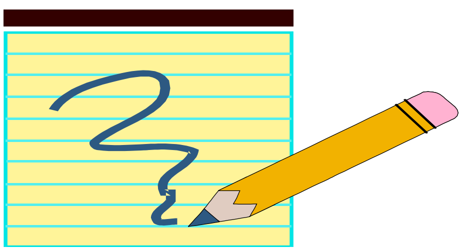
Encierre con una línea la fila de hormigas más corta.



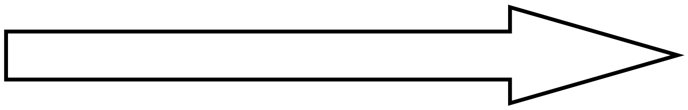


Encierre con una línea el lápiz más largo.

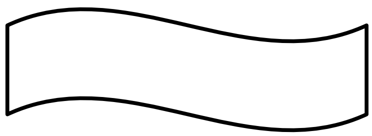




Dibuje una flecha más corta que la dada.

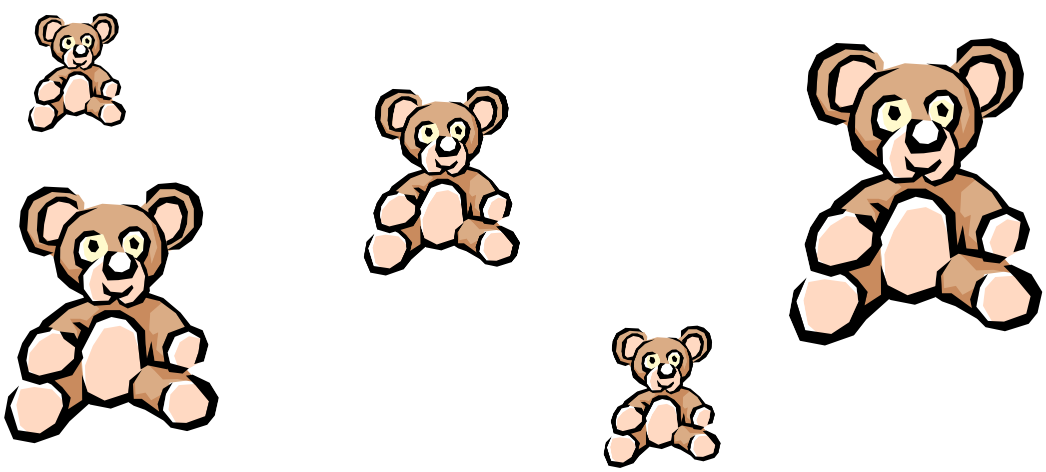


Dibuje una cinta más larga que la dada.

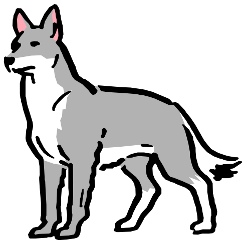


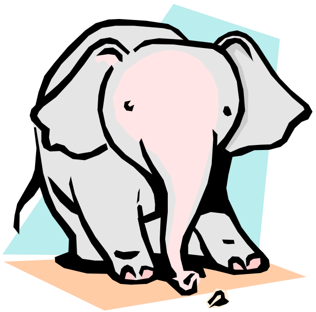
ACTIVIDAD 22. CERCA – LEJOS

Encierre en una reja el oso que está más cerca.



Dibuje un niño cerca del perro y una niña lejos del elefante

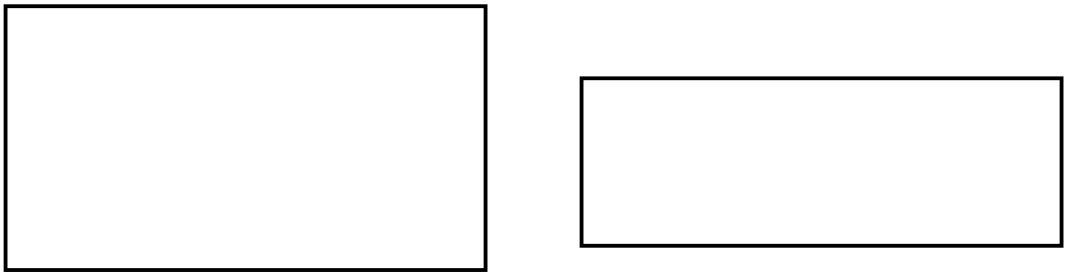




ACTIVIDAD 23. ANCHO - ANGOSTO

Pinte la cinta más angosta.

Pinte el rectángulo más ancho.

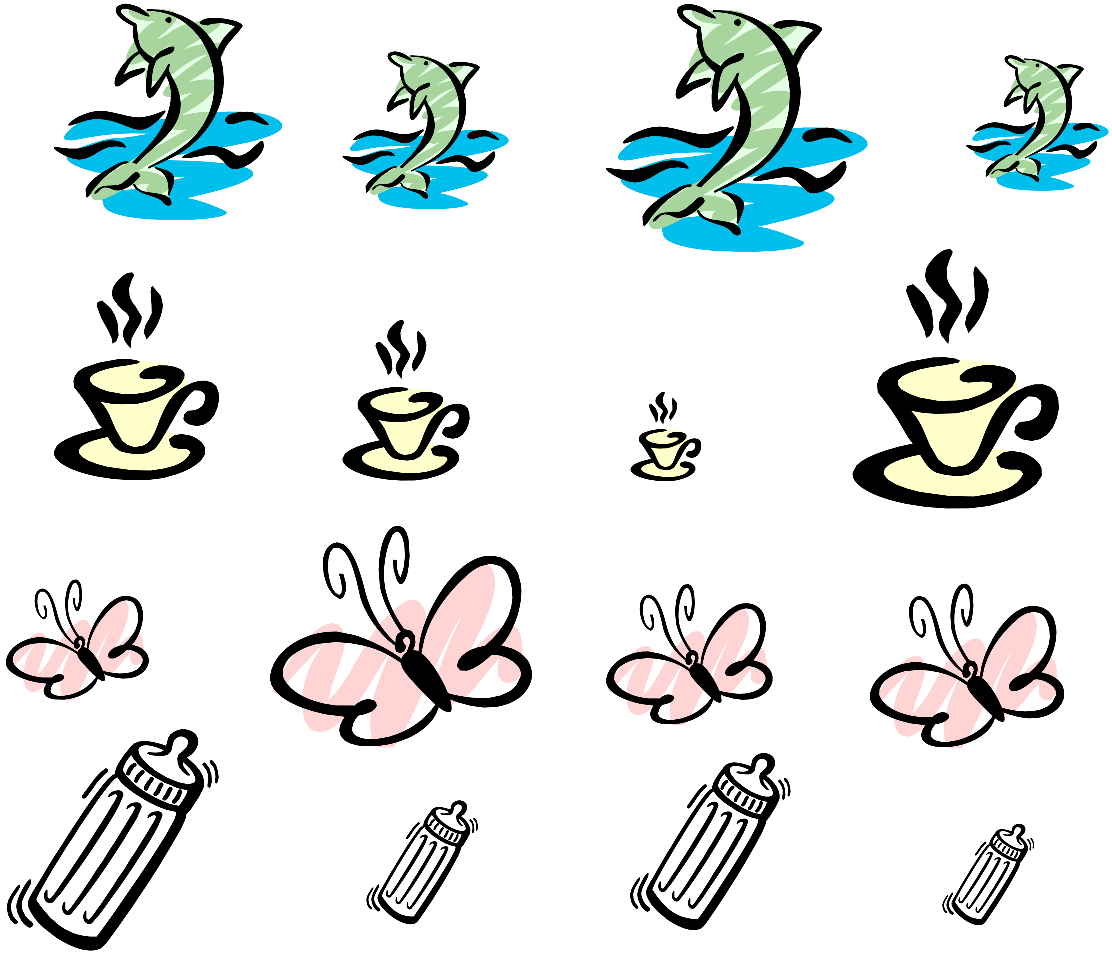


Dibuje una calle angosta y una calle ancha.

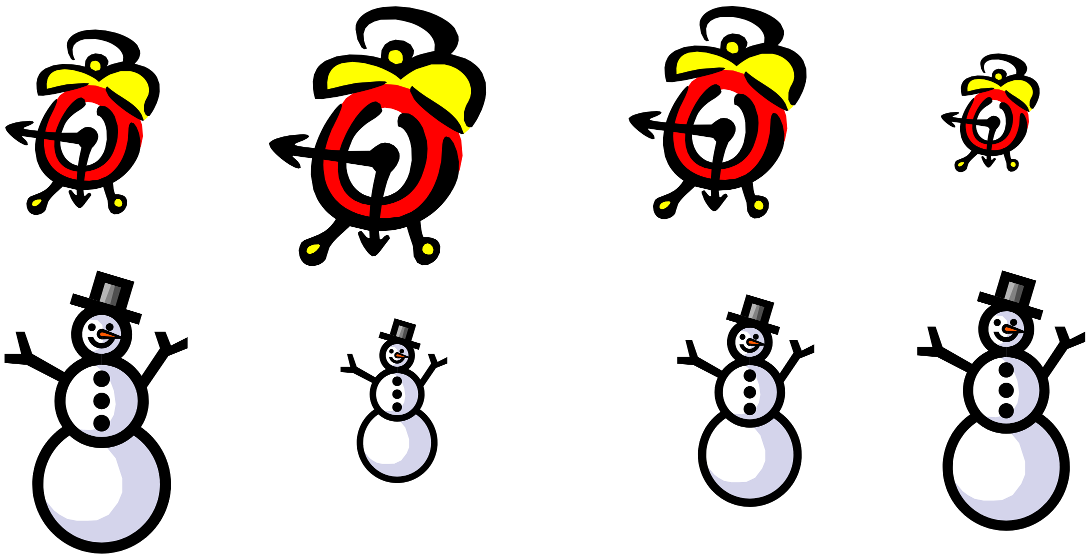
Calle Angosta	Calle Ancha

ACTIVIDAD 24. GRANDE – CHICO

En cada fila, encierre con una línea la figura más grande.

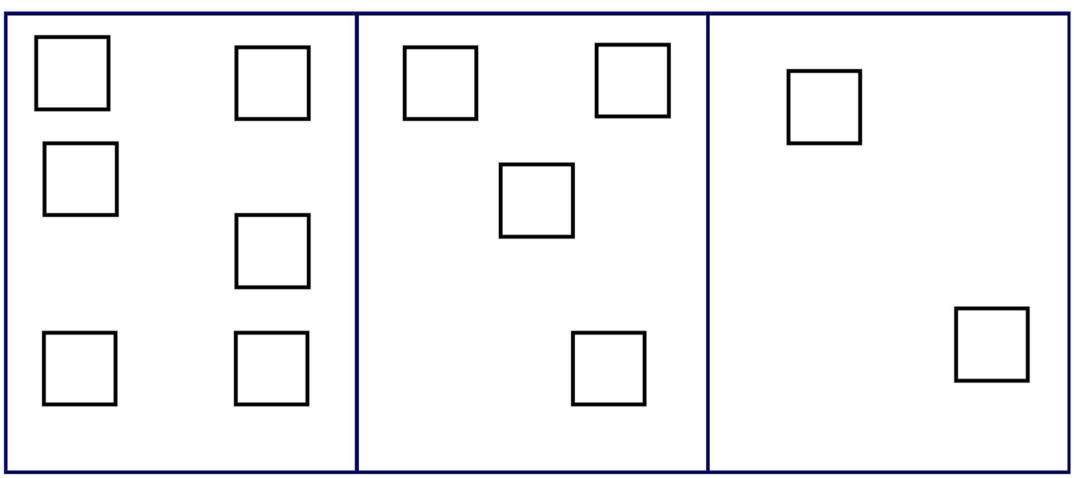


En cada fila, encierre con una línea la figura más chica.

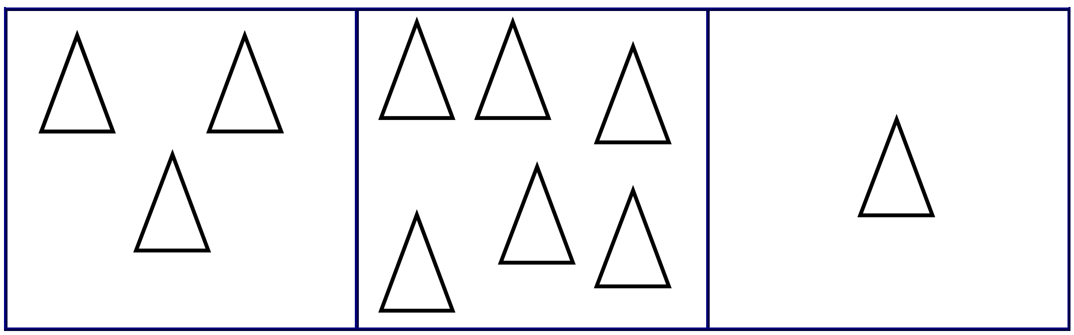


ACTIVIDAD 25. MUCHO – POCO

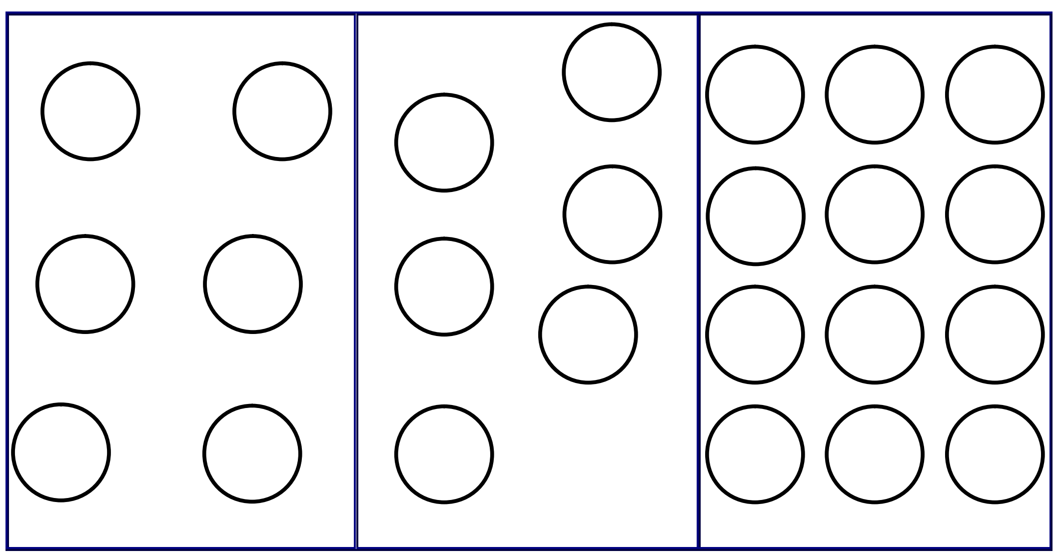
Pinte donde hay muchos cuadrados.



Pinte donde hay muchos triángulos.

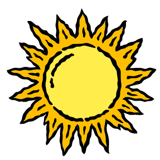
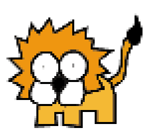


Pinte donde hay pocos círculos.



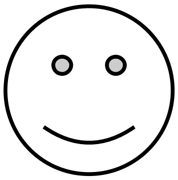
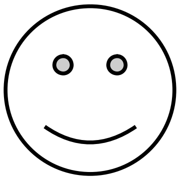
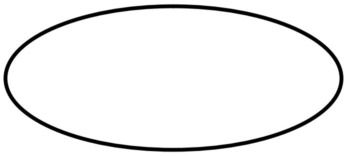
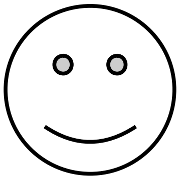
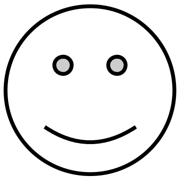
ACTIVIDAD 26. MÁS GRANDE QUE

Dibuje una figura más grande que la dada y píntela.

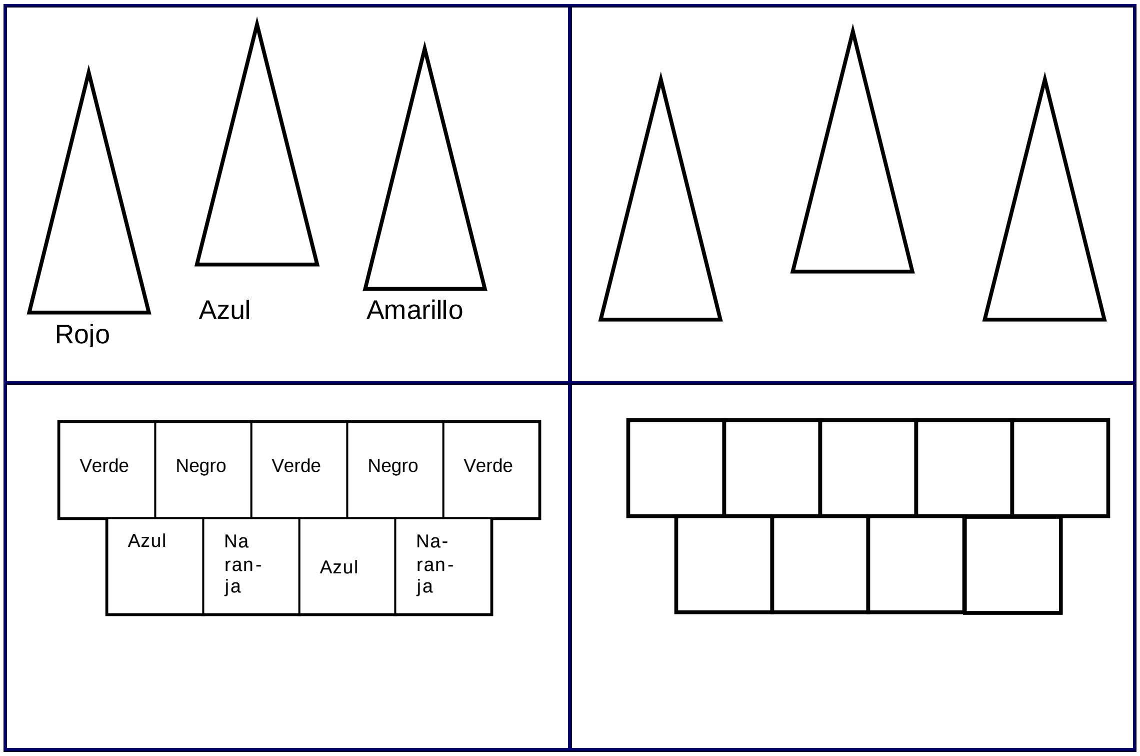
ACTIVIDAD 27. LLENO – VACÍO

Complete y pinte la carita que se encuentra frente al objeto que está lleno.

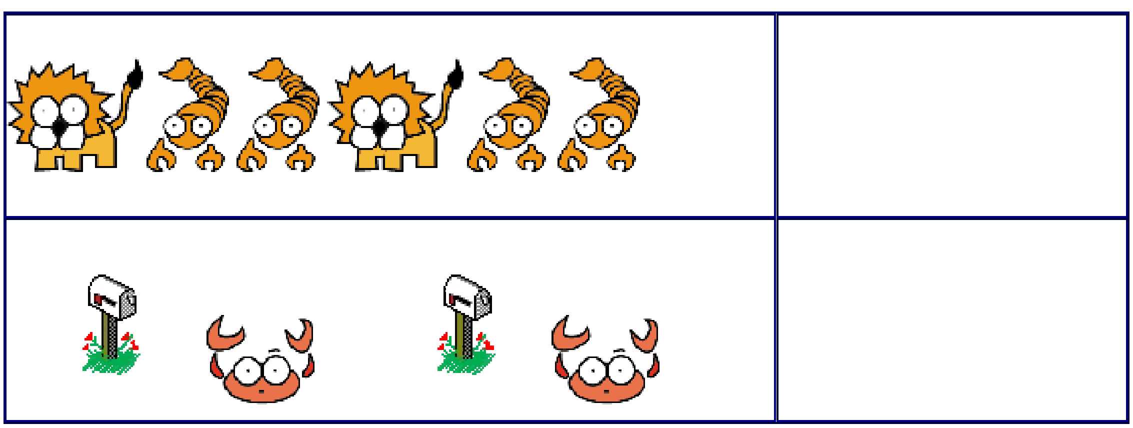
ACTIVIDAD 28. PINTE COMO EL MODELO

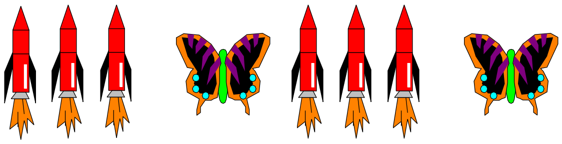
Pinte como le indica el modelo.



ACTIVIDAD 29. SERIES

Dibuja y pinta la figura que sigue en cada serie.



ACTIVIDAD 30. IDENTIFICANDO NÚMEROS

Encierre con una línea los números iguales al modelo.

4	7 4 1 6 4 7
8	0 2 6 8 3 8
6	9 8 3 6 0 9
7	7 1 7 4 4 7
0	8 0 0 6 9 0
1	4 4 1 2 1 7
9	6 9 9 6 8 0

ACTIVIDAD 31. EL NÚMERO DISTINTO

Encierre con una línea el número distinto al dado.

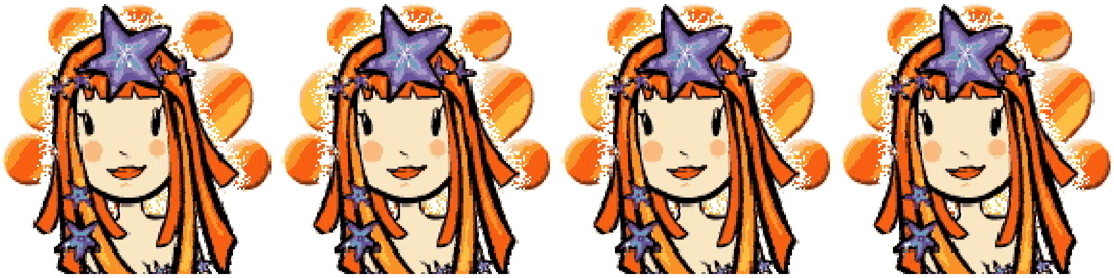
2	**2 5 2 2**
6	**6 6 9 6**
1	**7 1 1 1**
5	**5 5 5 2**
9	**6 9 6 6**
7	**1 1 7 1**
4	**4 7 4 4**
0	**0 8 0 0**

ACTIVIDAD 32. RECORTANDO NÚMEROS

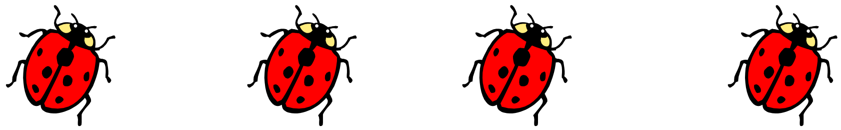
Recorte los siguientes números y péguelos en su Portafolio de mayor a menor, utilizando el signo adecuado.

ACTIVIDAD 33. NÚMERO ORDINAL

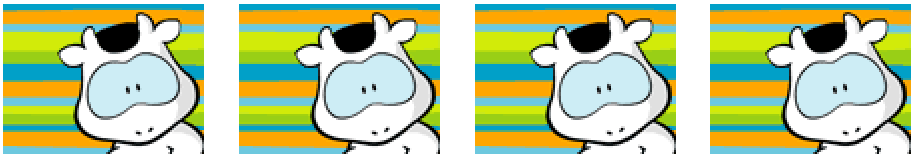
Encierre con una línea la primera niña.



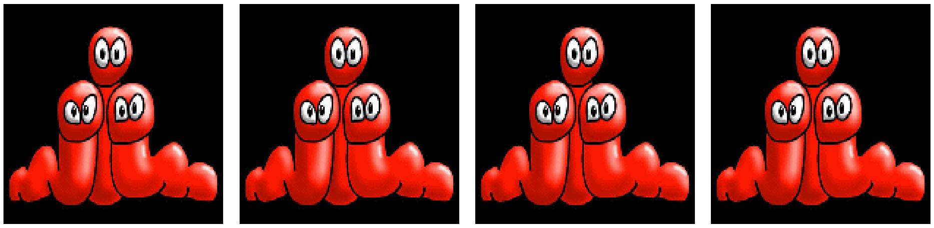
Encierre con una línea la tercera chinita.



Encierre con una línea la cuarta vaca.



Encierre con una línea la segunda terna.

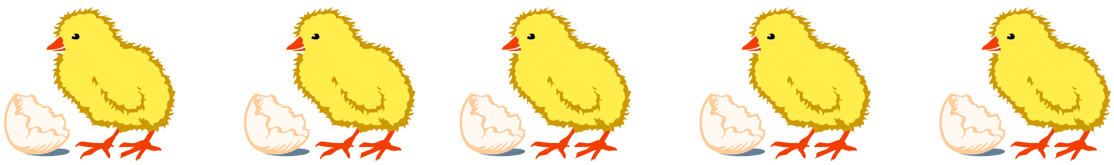


ACTIVIDAD 34. A LA HORA DE CANTAR

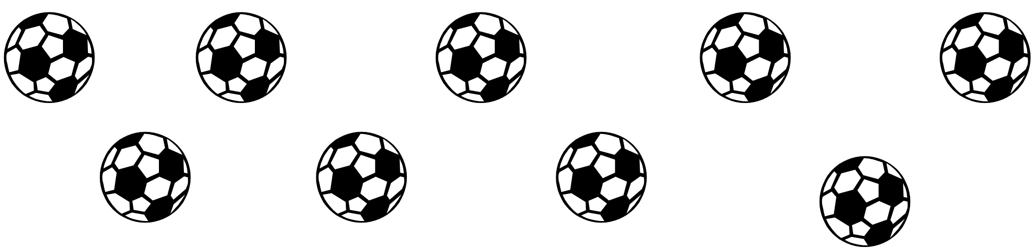
Es hora de inventar 2 poesías y 2 canciones que permitan fortalecer el proceso de construcción del concepto de número, las siguientes son ejemplos cotidianos de cómo se puede realizar:

Cinco Pollitos

Cinco pollitos tiene mi tía
Uno le canta, otro le pía
Todos le tocan la sinfonía.
Uno le toca el tambor prrm - prrm
Otro la guitarra ron, ron, ron,
Otro los platillos chin, chin, chin, chin, chin
Y otro la campana talán, talán, talán.



El uno es un soldado

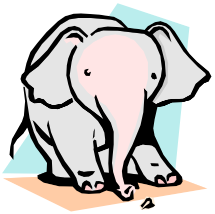


El uno es un soldado
haciendo la instrucción,
el dos es un patito
que está tomando el sol,
el tres una serpiente,
el cuatro una sillita,
el cinco es una oreja,
el seis una guindilla,
el siete es un bastón,
el ocho son las gafas
de mi tío Ramón.
El nueve es un globito
atado de un cordel,

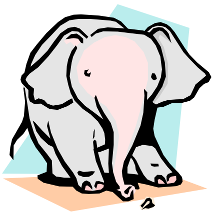
el cero una pelota
para jugar con él.

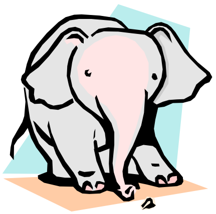
Los Elefantes

Un elefante se balanceaba
sobre la tela de una araña
como veía que resistía
fue a buscar a un
camarada.

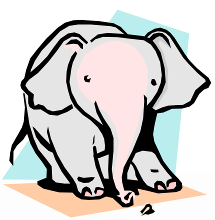


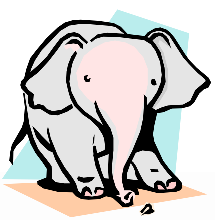
Dos elefantes se balanceaban
sobre la tela de una araña
como veían que resistía
fueron a llamar a un
camarada.

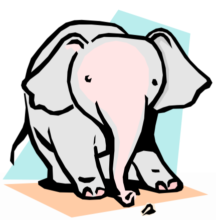




Tres elefantes se balanceaban
sobre la tela de una araña
como veían que resistía
fueron a buscar a un
camarada....

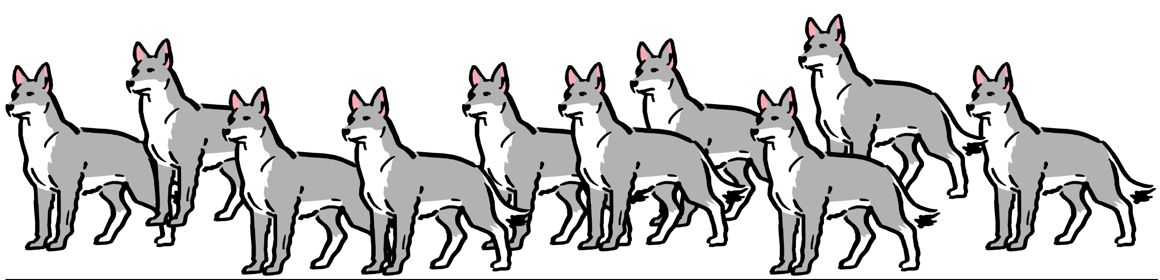






Los Diez Perritos

Yo tenía diez perritos,
yo tenía diez perritos,
uno se perdió en la nieve.
no me quedan más que nueve.
De los nueve que quedaban (bis)
uno se comió un bizcocho.
No me quedan más que ocho.
De los ocho que quedaban (bis)
uno se metió en un brete.
No me quedan más que siete.
De los siete que quedaron (bis)
uno ya no le veréis.
No me quedan más que seis.
De los seis que me quedaron (bis)
uno se mató de un brinco.
No me quedan más que cinco.
De los cinco que quedaron (bis)
uno se mató en el teatro.
No me quedan más que cuatro.
De los cuatro que quedaban (bis)
uno se volvió al revés.
No me quedan más que tres.
De los tres que me quedaban (bis)
uno se murió de tos.
No me quedan más que dos.
De los dos que me quedaban (bis)
uno se volvió un tuno.
No me queda más que uno.
Y el perrito que quedaba (bis)
se metió para bombero
no me queda ningún perro.



ACTIVIDAD 35. SEÑALAR OBJETOS

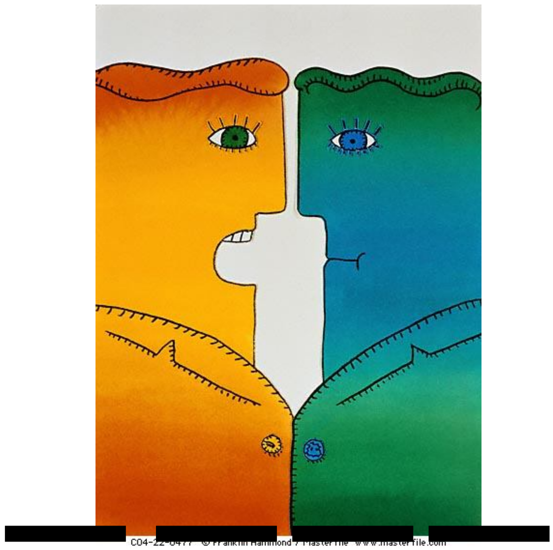
Encierre en un círculo con el color indicado el objeto que se solicita:

- El objeto que se encuentra más alejado en un círculo azul
- El animal más cercano a usted en un círculo verde
- La bandera más cercana al agua en un círculo rojo

ACTIVIDADES DE PROFUNDIZACIÓN

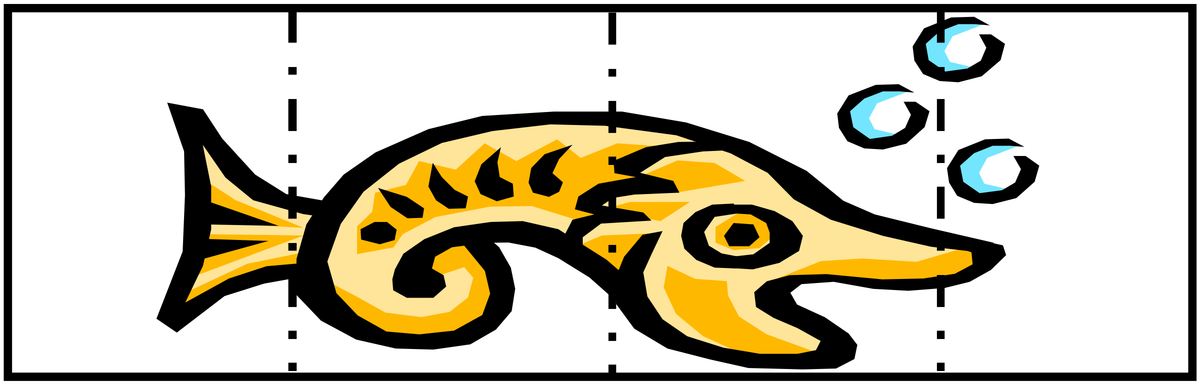
ACTIVIDAD 1. ES HORA DE COMPONER SIMETRÍAS

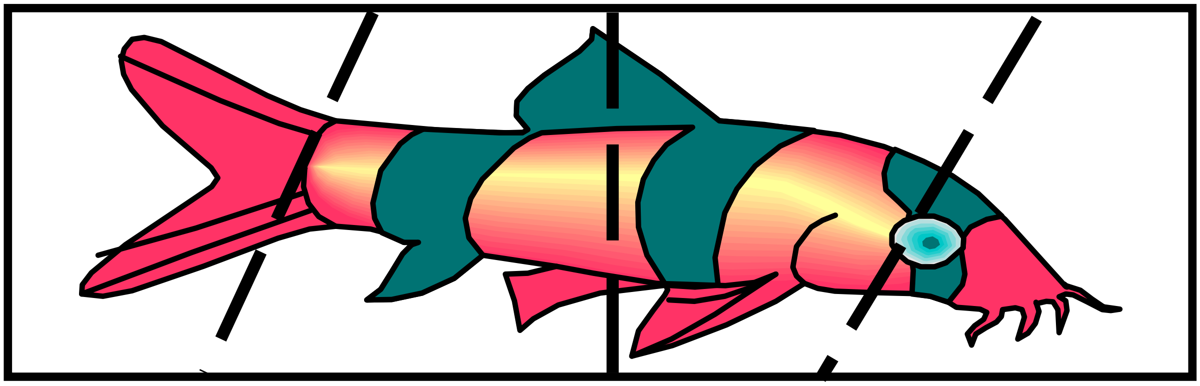
Identificar la parte que falta en el objeto indicado de acuerdo con la simetría planteada, la cual puede poseer: eje de simetría vertical, eje de simetría horizontal, eje de simetría oblicuo, dos ejes de simetría perpendiculares o dos ejes de simetría oblicuos

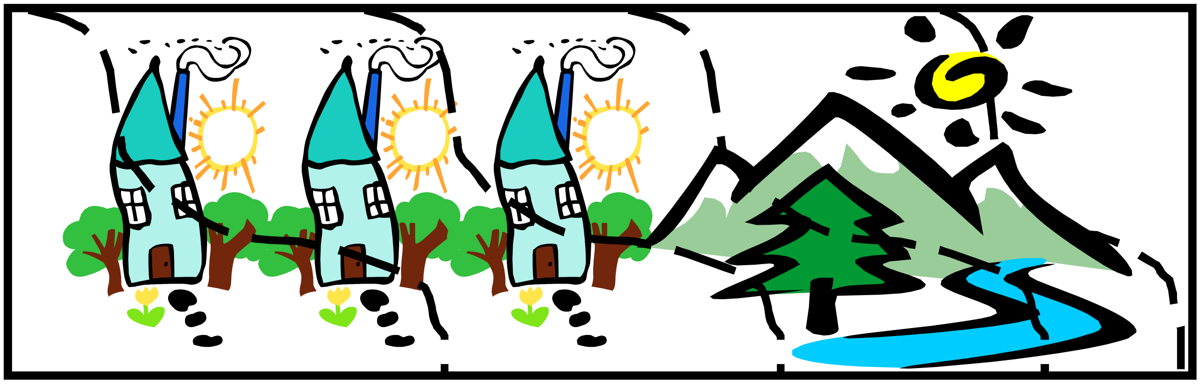


ACTIVIDAD 2. LAS IMÁGENES EN SERIE

Las fichas se construyen en un material resistente al uso con un ancho de 10 cms. y un largo entre 20 y 30 cms. Luego de construidos se recortan las piezas por las líneas punteadas y se revuelven sobre la mesa. La idea es organizar las piezas de tal manera que se logre identificar la pieza completa al finalizar.







ACTIVIDAD 3. SERIES ADITIVAS

Acción uno:

En la siguiente tabla se encuentran los números del 1 hasta el 100, parándose en 2 sumar dos a cada respuesta y colorear de azul las celdas en las cuales se encuentran cada una de ellas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

¿Cuál es su conclusión?

Acción dos:

En la siguiente tabla se encuentran los números del 1 hasta el 100, parándose en 1 sumar dos a cada respuesta y colorear de verde las celdas en las cuales se encuentran cada una de ellas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

¿Cuál es su conclusión?

ACTIVIDAD 4. SERIES MULTIPLICATIVAS

En la siguiente tabla se encuentran los números del 1 hasta el 100, de celda en celda, saltar de dos en dos y colorear los pasos con amarillo, luego saltar de tres en tres y colorear los pasos con rojo, por último dar saltos de siete en siete y colorear los pasos con azul.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

¿Cuál es su conclusión?

ACTIVIDAD 5. ALGO MÁS CON NÚMEROS

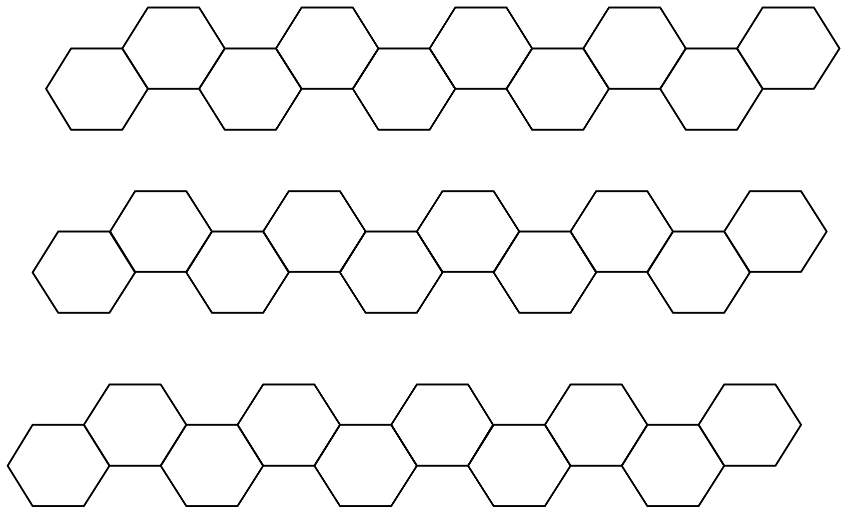
En la siguiente tabla se encuentran los números del 1 hasta el 100, señalar con colores diferentes los múltiplos del 2, del 3, del 4, del 5, del 6, del 7, del 8, del 9 y del 10 ¿Cuáles números quedan sin señalar?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

¿Cuál es su conclusión?

ACTIVIDAD 6. MÁS SERIES NUMÉRICAS

Continuar la serie numérica de acuerdo con la indicación para cada una de las gráficas. Primera fila de dos en dos, segunda fila de cinco en cinco, tercera fila de ocho en ocho.



Expresar los siguientes números, como el resultado de varias sumas sucesivas o no, y como el resultado de multiplicaciones:

36____

42____

81____

64____

ACTIVIDAD 7. LAS TABLAS DE DOBLE ENTRADA

Completar las tablas de doble entrada correspondientes al operador indicado:

Tabla uno

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												

¿Qué conclusiones pueden plantearse luego de realizada la tabla?

¿Al compararla con las demás tablas que relaciones se encuentran y qué diferencias?

¿Cómo puede definirse esta operación y desde la misma tabla cuáles son las propiedades que posee la operación trabajada?

Tabla dos

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												

¿Qué conclusiones pueden plantearse luego de realizada la tabla?

¿Al compararla con las demás tablas que relaciones se encuentran y qué diferencias?

¿Cómo puede definirse esta operación y desde la misma tabla cuáles son las propiedades que posee la operación trabajada?

Tabla tres

-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												

¿Qué conclusiones pueden plantearse luego de realizada la tabla?

¿Al compararla con las demás tablas que relaciones se encuentran y qué diferencias?

¿Cómo puede definirse esta operación y desde la misma tabla cuáles son las propiedades que posee la operación trabajada?

Tabla cuatro

÷	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												

¿Qué conclusiones pueden plantearse luego de realizada la tabla?

¿Al compararla con las demás tablas que relaciones se encuentran y qué diferencias?

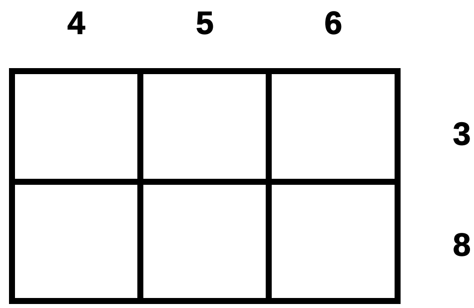
¿Cómo puede definirse esta operación y desde la misma tabla cuáles son las propiedades que posee la operación trabajada?

ACTIVIDAD 8. A MULTIPLICAR COMO LOS HINDÚES

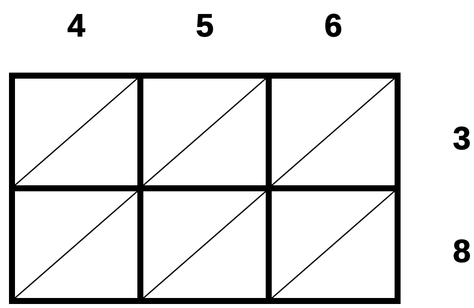
A continuación se presenta la manera como los Hindúes multiplicaban, luego de comprender el ejemplo, es necesario resolver las situaciones propuestas:

En el siglo V, en la India, para multiplicar dos números, se empleaba una tabla con tantas columnas como cifras tuviera el primer número, y tantas filas como cifras tuviera el segundo número. Los pasos para realizar la operación multiplicación son los siguientes:

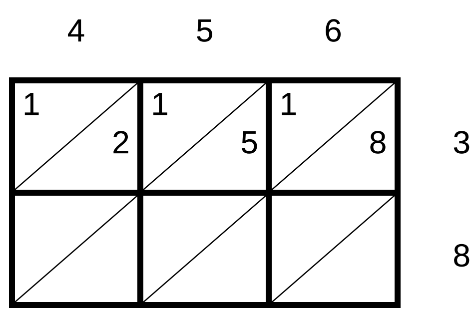
1. Arriba de cada columna se escribe la cifra correspondiente al primer número y a la derecha de cada fila, en forma ordenada, de arriba hacia abajo, se escriben las cifras del segundo número.



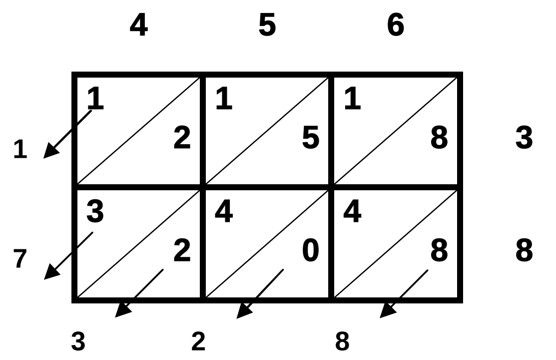
2. Luego se divide cada casilla con una diagonal.



3. Después se multiplica cada número así: primero el 3 por cada cifra de la columna.



4. Luego se multiplica el número 8 por la cifra de cada columna. Al final, se suman los resultados de cada diagonal. El proceso se realiza comenzando por la derecha. Si el número obtenido excede de nueve, "se lleva" la primera cifra a la diagonal siguiente y se suma "mentalmente".



456 x 38 = 17.328

Es hora de aplicar lo que se acaba de comprender en las siguientes situaciones:

325 x 356=
245 x 152=
3480 x 6852 =
5025 x 569=

Ahora aplicando el algoritmo de la multiplicación es necesario resolver las anteriores situaciones propuestas.

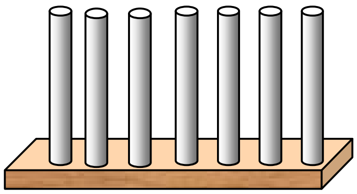
ACTIVIDAD 9. SUMAR Y MULTIPLICAR CON EL ÁBACO

Utilizando un ábaco como el socializado en la unidad 1, y con la asesoría brindada por el asesor, en la cual se recalca que la multiplicación es el resultado de una sucesión de sumas monótonas donde el multiplicador indica la cantidad de veces que se deben repetir las sumas, resuelva las siguientes operaciones y dótelas de un problema en cada caso:

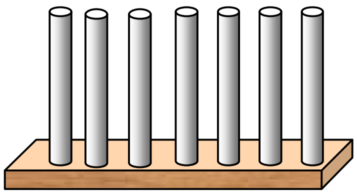
- **5 x 10 =**
- **6 x 24 =**
- **3 x 62 =**
- **9 x 22 =**
- **2 x 1008 =**
- **254 + 637 =**

- **2580 + 3569 + 2584 =**
- **3014 + 258 + 3690 =**
- **5890 + 2005 + 3681 =**
- **258 + 20 + 7005 =**
- **9004 + 2056 + 26 =**

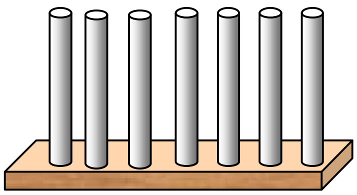
En el ábaco | Símbolo | Escritura del resultado



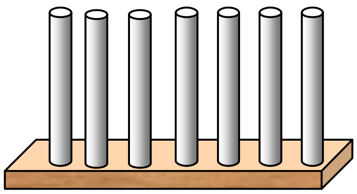
__________ ______________________



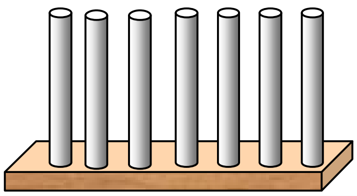
__________ ______________________



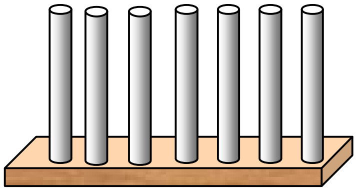
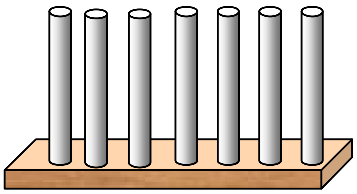
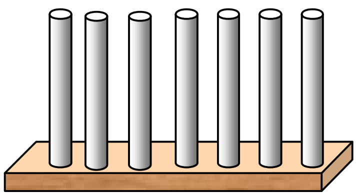
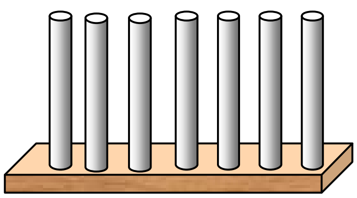
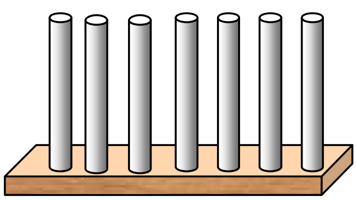
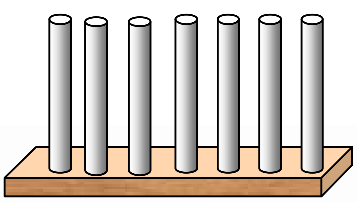
__________ ______________________

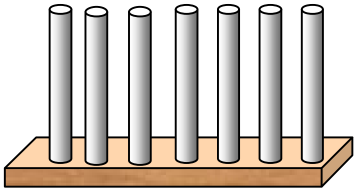


__________ ______________________



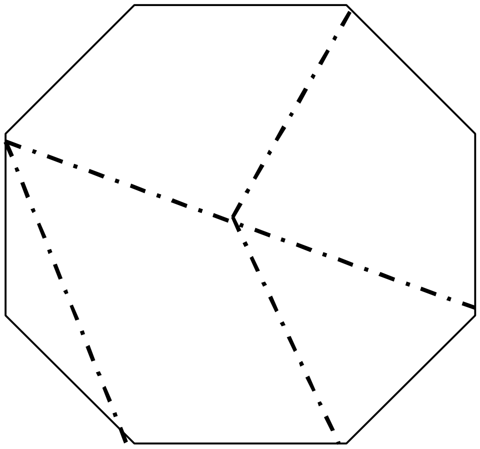
__________ ______________________

En el ábaco	Símbolo	Escritura del resultado
	__________	______________________
	__________	______________________
	__________	______________________
	__________	______________________
	__________	______________________
	__________	______________________

 ___________ ________________________

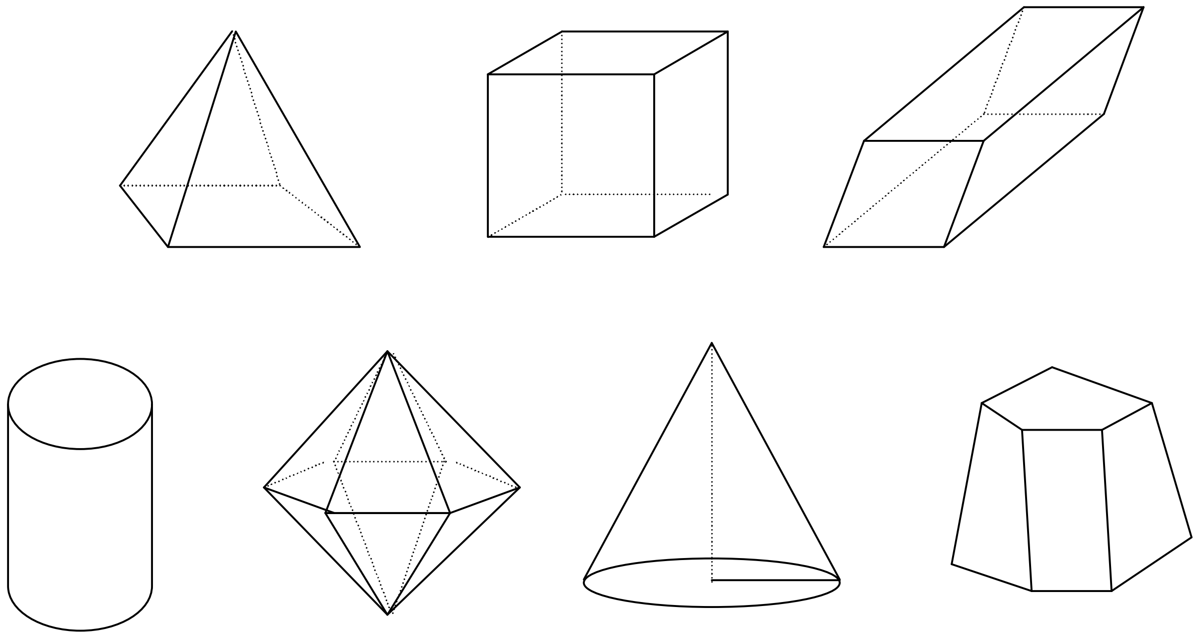
ACTIVIDAD 10. ROMPECABEZAS GEOMÉTRICO

Realizar el siguiente rompecabezas geométrico en un material resistente al uso e identificar las piezas que lo componen, luego describir las propiedades geométricas de cada una de ellas. Finalmente, diseñar los rompecabezas con diferente nivel de dificultad, uno de ellos en el nivel preescolar y el otro para uno de los tres primeros grados del nivel de básica.



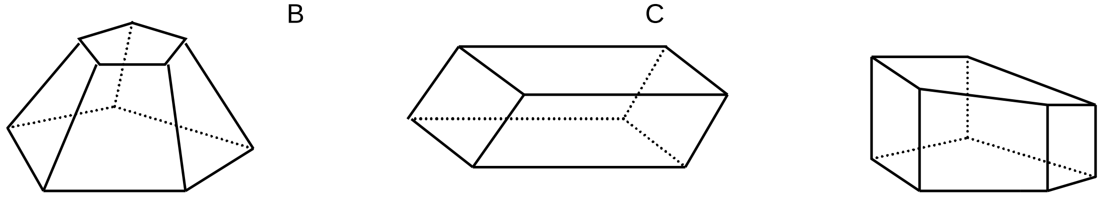
ACTIVIDAD 11. A JUGAR CON OBJETOS GEOMÉTRICOS EN TRES DIMENSIONES

En esta actividad se solicita colorear de azul los prismas, de amarillo las pirámides y de rojo los cuerpos redondos.



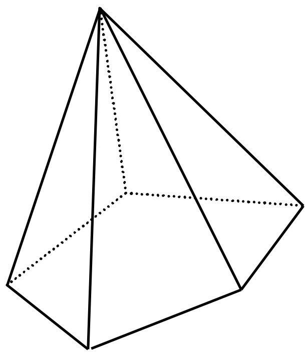
¿Cuál de las figuras es un prisma? ¿Por qué?

A B C



En la siguiente pirámide:

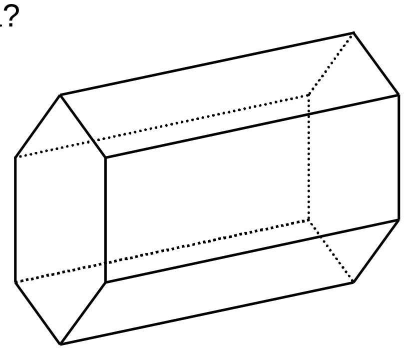
- Señalar los vértices de la base con letras mayúsculas.
- Colorear las aristas laterales.
- Colorear de un color diferente cada una de las caras laterales.
- De acuerdo con las características observadas en la pirámide escribir su nombre.



¿Cuáles serán las propiedades geométricas de un paralelepípedo y cómo será su representación gráfica?

A la hora del prisma:

- Con color verde señalar las aristas del siguiente prisma y nombrarlas con letras mayúsculas.
- Con color azul señalar los vértices del prisma y nómbralas con letras minúsculas.
- Con color rojo señalar las caras del prisma.
- Con base en la observación del prisma, nombrar el polígono de cada base.
- ¿Qué es un prisma?



El vestuario del payaso

En una hoja en blanco, diseñar con bloques lógicos tantas posibilidades de vestuario para un payaso como bloques y experiencias creativas se generen. Recuerde que cuenta con 48 piezas del material.

Con la información recolectada en cada uno de los diseños, realizar un diagrama (análisis arbóreo) para representar el vestuario del payaso.

ACTIVIDAD 12. BLOQUES Y TORRES

Con los bloques lógicos, papel, lápiz y un dado, se realiza la siguiente actividad por grupos. Cada equipo debe tener la misma cantidad de participantes con un máximo de 6 miembros.

A cada participante, se le asigna una cara del dado, de tal forma que al lanzarlo si sale 1 unidad, el jugador que le corresponde dicha cara toma una pieza del montón; si sale 2 el participante correspondiente hace lo mismo del anterior y así sucesivamente. De manera que con las piezas logradas se va formando una torre.
Luego de 20 jugadas (5 lanzamientos cada uno) el equipo debe responder los siguientes interrogantes:

- ¿Cuántas veces se obtuvo la cara con una unidad?
- ¿Cuántas veces se obtuvo la cara con dos unidades?
- ¿Cuántas veces se obtuvo la cara con tres unidades?
- ¿Cuántas veces se obtuvo la cara con cuatro unidades?
- ¿Cuántas veces se obtuvo la cara con n unidades?
- ¿Quién tuvo más ventaja en el juego? ¿Por qué?

Ahora, con los datos obtenidos en el juego cada equipo brinda la información para llenar el siguiente cuadro:

EQUIPO	**1 unidad**	**2 unidades**	**3 unidades**	**4 unidades**	**5 unidades**	**6 unidades**
1						
2						
3						
N						
TOTAL						

- Sumar el número total de caras con una, dos, tres, cuatro, cinco y seis unidades respectivamente
- ¿Cuál es la cara que ganó más veces en todos los equipos?
- ¿Cuál es la cara que ganó menos veces en todos los equipos?
- ¿Cuál es la posibilidad que existe de que caiga una unidad en un lanzamiento?
- Cada equipo realiza un diagrama de barras para representar los resultados del cuadro anterior, igualmente realiza una torta con los porcentajes respectivos.

ACTIVIDAD 13. ESTADÍSTICA BÁSICA EN ACCIÓN

Utilizando el conjunto de los bloques lógicos, cada estudiante elabora fichas de 5 cms por 10 cms en cartulina con la siguiente información:

FORMA DEL BLOQUE:
COLOR:
TAMAÑO:
GROSOR:

Estas fichas se utilizan como piezas de una baraja y de acuerdo con la cantidad de veces que sale la ficha se llena el siguiente cuadro. Cabe anotar que una vez ha salido la ficha vuelve al juego y se revuelven nuevamente, para una nueva extracción.

Forma	Color	Tamaño	Grosor	Núm. de veces obtenido	Frecuencia Relativa	Frecuencia Absoluta
Rectángulo						
Triángulo						
Círculo						
Cuadrado						
Total						

Con base en los resultados obtenidos, es hora de responder ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera cuando se extrae una baraja?

- La probabilidad de obtener un cuadrado grande, delgado y azul es mayor que la de obtener un cuadrado pequeño, grueso y rojo.
- La probabilidad de obtener un triángulo pequeño, delgado y amarillo es igual a obtener un triángulo pequeño, delgado y amarillo.
- La probabilidad de obtener un círculo grande, grueso y verde es menor a la de obtener un círculo grande, delgado y verde.

- La probabilidad de obtener un rectángulo pequeño, delgado y rojo es mayor a la de obtener un rectángulo grande, delgado y rojo.
- La probabilidad de obtener un triángulo grande, grueso y azul es igual a obtener un triángulo grande, grueso y amarillo.

¿Cuál es el diagrama de barras y la torta (en porcentaje) que representan la situación vivida?

ACTIVIDAD 14. ACTIVIDADES CON BLOQUES LÓGICOS[2]

Los bloques lógicos son un gran recurso pedagógico en la etapa de Educación Infantil. Son infinitas las actividades que pueden llevarse a cabo en el aula a través de los bloques lógicos, y por ello se mencionarán algunas de las actividades a las que mejor responden los niños.

JUEGO LIBRE:

- Construcciones, de forma que se vayan familiarizando con ellos.
- Dibujar la silueta sobre el papel.
- Juegos de simulación: tenderos, mamás...
- Hacer caminos.
- Objetos simbolizados: coche, bici, pelota...

---

[2] Actividades tomadas de FERNÁNDEZ AGUSTÍN, Laura. Los bloques lógicos: un recurso pedagógico básico en Educación Infantil. www.xtec.es/recursos/clic/esp/act/mates/act16.htm; ww.infantil.profes.net/

PRESENTACIÓN DE LOS BLOQUES:

Dar un bloque al compañero y que describa sus características según los cuatro criterios: color, tamaño, grosor y forma. Si se confunden es muy significativo que sea otro estudiante el que le corrija y nunca el educador, de manera que todos aprendan de todos.

JUEGO DE LAS FAMILIAS:

Consiste en agrupar teniendo en cuenta únicamente un criterio. Por ejemplo, los colores. Primero que el niño haga una agrupación y en segundo lugar que sea el educador el que agrupe y pregunte por el criterio. De esta forma se irán aumentando los criterios o variables que entran en juego según el nivel de los estudiantes.

ESCONDITE:

Consiste en quitar una pieza y pedir al estudiante que indique cuál es la que no está ahora y que antes estaba. Con los niños pequeños se trabaja normalmente de tres a siete piezas.

CAMINOS:

Juego uno
Consiste en hacer un camino con bloques y el niño tiene que atravesarlo nombrando todos los bloques. Si se confunde tiene que volver a empezar.

Juego dos
Construir un camino dando un criterio. Estilo dominó, se comienza con una pieza y la siguiente tiene que guardar relación con alguna variable de la anterior.

Juego tres
Darles a los estudiantes el camino formado y que digan ellos que relación tiene cada una de las piezas con la anterior.

Juego cuatro
Los estudiantes construyen ellos mismos el camino y se preguntan entre ellos, de tal forma que para participar todos, cada uno coloca una pieza y pregunta a su pareja por la siguiente. El educador solo interviene en caso de ser necesario.

Juego cinco
Hacer caminos sin especificar ninguna condición.

SERIACIONES:

Consiste en colocar las piezas mediante un criterio y pedirle al estudiante que diga cual es el criterio y confirme la serie correspondiente. Los criterios se irán aumentando según se vayan asimilando, es necesario seguir una progresión lógica, sin cambios bruscos. Este mismo ejercicio se puede llevar luego al papel.

Las series pueden ser de dos clases:

Serie abierta, cuando la ficha que tiene que colocarse puede abarcar muchas posibilidades.

Serie cerrada, cuando la ficha que tiene que colocarse sólo acepta una ficha determinada.

JUEGO DE LA MEMORIA:

Se coloca la ficha, sin ningún criterio. Posteriormente se quita una ficha y se pregunta al niño cuál falta.

Variantes del juego

Se puede retirar la ficha y dejar el hueco.

Es posible retirar la ficha uniendo las demás de forma que no se deje hueco.

Que sean los niños los que quiten una pieza y pregunten a sus compañeros así tendrán que centrar la atención todos, tanto los que tienen que adivinar como el que la ha apartado para decir si es esa o no.

A PINTAR LA CASA:

Consistiría en elaborar sobre un papel, cartulina, corcho, diferentes casas. Por ejemplo, una casa pequeña roja y una grande amarilla. Las casas tendrán de tejado un triángulo, de fachada dos cuadrados y a un lado un patio con la forma de un rectángulo.

Se manda al niño a colocar encima el bloque correspondiente para lo cual se necesita que el niño distinga formas, colores y tamaños. Por ejemplo, se necesitaría para la casa pequeña un triángulo pequeño, dos cuadrados y un rectángulo pequeños en color rojo. Para la casa amarilla necesitaría un triángulo, dos cuadrados y un rectángulo grandes de color amarillo. De la misma manera es posible introducir nuevas variables.

INTERSECCIÓN DE CONJUNTOS:

Se colocan los bloques esparcidos sobre la mesa o el piso, procurando que queden espaciados. Luego se propondrán dos propiedades, por ejemplo círculos y amarillos. Uno de los niños se encargará de rodear los círculos, lo cual puede hacer con una tiza de color blanco o con una cuerda o un aro y otro rodeará los amarillos con tiza (u otro elemento que permita realizar esta acción) de este color. Los niños tienen que llegar a descubrir que hay unos bloques que pertenecen a un niño y también al otro, que están en el espacio que queda entre los cruces de las líneas blanca y amarilla, porque tienen las dos propiedades, ser círculos y ser amarillos. De igual forma se realizan otras actividades similares cambiando las características que han de poseer los bloques con los que se trabajará.

LA SERPIENTE:

Se trata de dibujar una gran serpiente y colocarla sobre la pizarra o el piso. El cuerpo de la serpiente estará dividido y en cada partición irá un bloque lógico movible de forma que en algunas de las particiones no se pondrá nada y según la secuencia será el niño el que tendrá que adivinar que pieza estará en otro panel y la tendrá que colocar.

DÓNDE ESTÁN LAS FIGURAS:

Contenidos

Interpretación de información oral y gráfica: relaciones espaciales entre objetos.

Propósitos

Uno de los contenidos básicos por abordar en este nivel es el de las relaciones espaciales entre objetos ya que la reflexión sobre las relaciones en el espacio vivido permitirá, en una etapa posterior, avanzar en la reflexión sobre las relaciones en el espacio geométrico. En primer término, se abordará este contenido proponiendo a los estudiantes situaciones en las que se jueguen relaciones entre objetos del aula, del patio de la escuela, entre otros.

Tal es el caso de un Veo-veo en el que haya que adivinar en qué objeto pensó un compañero y sólo se puedan realizar preguntas respecto de su posición. Por ejemplo: ¿Está debajo de la mesa? ¿Está cerca de la ventana? Entre otras. Luego será posible abordar este contenido en situaciones en las cuales los estudiantes deban establecer relaciones espaciales entre objetos en un plano. La secuencia de actividades que se propondrán, plantea la necesidad de dictar y armar una configuración sobre una cuadrícula.

Desarrollo

Cada pareja necesita una cuadrícula de 3 por 3 o de 4 por 4, una caja y 32 fichas (8 de cada forma: triángulo, cuadrado, círculo, rectángulo), todas del mismo color. Esta vez no se trata de completar la cuadrícula, sino de reproducir la distribución espacial de las distintas fichas en la cuadrícula.

Antes de trabajar en las actividades propuestas, y para que los niños se familiaricen con el material, se comienza con el armado de configuraciones libres sobre la cuadrícula, poniéndoles un nombre según se parezca a un azulejo, un avión, etc.

Actividad uno

A cada pareja se le entrega una cuadrícula con una configuración dada. Con las fichas sobre ella (o con sus representaciones gráficas), tendrán que reproducir esa configuración en la cuadrícula vacía, con las fichas de la caja.

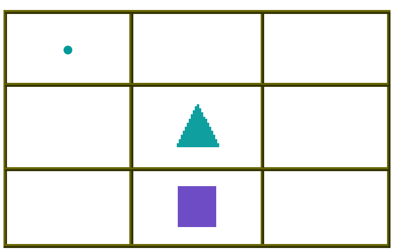
Actividad dos

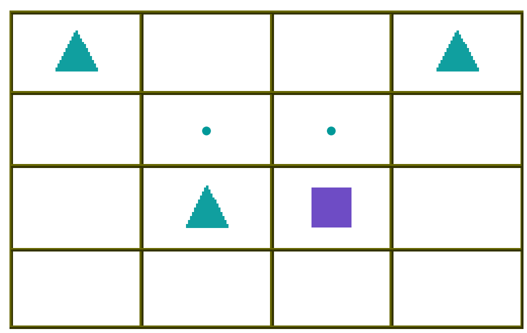
Se realiza también en parejas. Un estudiante le dicta al otro la configuración que se encuentra a la vista de ambos

Actividad tres

Se repite el trabajo en grupos de dos niños, pero en este caso, un estudiante le dicta al otro la configuración, sin que éste último la vea.

La cantidad de casillas ocupadas y la simetría o asimetría de la configuración, son variables que permitirán adecuar la situación al grupo particular de estudiantes porque implican diferentes grados de dificultad para describir las posiciones relativas de las fichas. Por ejemplo:





Otra variable que se tiene que considerar es la ubicación espacial de los estudiantes con respecto a la cuadrícula. El 'dictado' de las posiciones sólo es posible si los estudiantes se encuentran sentados uno al lado del otro. Si bien no se espera que ellos usen referencias que aludan a la derecha o la izquierda, la ubicación en posiciones enfrentadas constituye un obstáculo que puede resultar excesivo en un primer momento ya que implica considerar los distintos puntos de vista. Caso que puede obviarse en el momento de aumentar la dificultad con el grado de escolaridad.

La elección del conjunto de fichas de distinta forma permite dirigir la atención a la descripción de la posición de una ficha relacionándola con otra. En el segundo ejemplo es posible dictar: "Poner un cuadrado debajo del círculo".

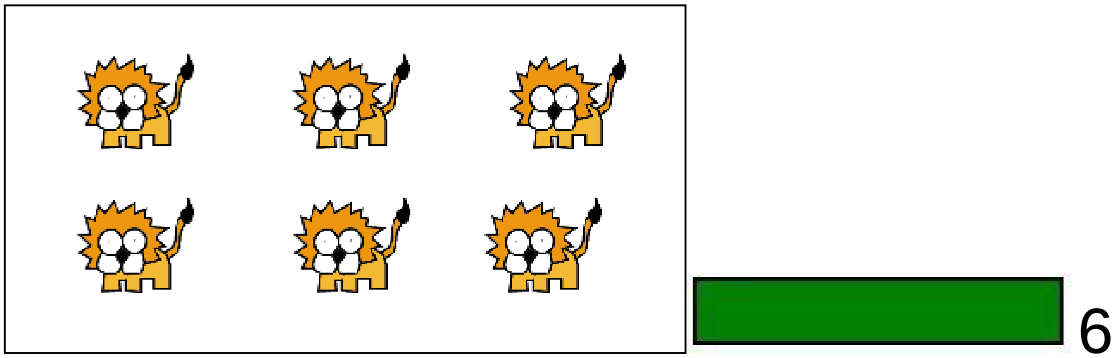
En una primera etapa estas relaciones se establecen entre pares de figuras y la posibilidad de avanzar hacia expresiones del tipo, "el cuadrado está debajo del círculo y al lado del triángulo", depende fundamentalmente de las intervenciones que, en ese sentido, realice el educador. Si, en cambio, al proporcionar el material se limita el conjunto de fichas para que sean todas de la misma forma, ese tipo de referencias ya no se tendrá en cuenta al expresar posiciones.

ACTIVIDAD 15. LA HORA DE LAS REGLETAS

- El comienzo de esta actividad busca que el estudiante se familiarice con la equivalencia existente entre las regletas, de esta manera se componen y descomponen longitudes y se abre el camino para el desarrollo de las operaciones básicas con este material. Por tal razón, se pide a cada estudiante que descomponga en forma concreta (material) y gráfica cada una de las regletas en las múltiples posibilidades que tiene de ser compuesta por otras regletas del conjunto. De esta manera se encuentran las relaciones de equivalencia entre los elementos del conjunto de las regletas.

- Ahora se establecerán relaciones de orden, identificando las regletas mayores y menores que otras de acuerdo con su longitud. Luego se asignará el cardinal correspondiente a cada regleta y la relación de orden se establecerá de acuerdo al numeral que represente el mayor número hasta el numeral que represente el menor número.

- Con fichas como las siguientes se solicita al estudiante que relacione el conjunto con la regleta y el cardinal correspondiente. Para esta parte de la actividad, se deben construir fichas de 5cm por 10cm en un material resistente al uso:

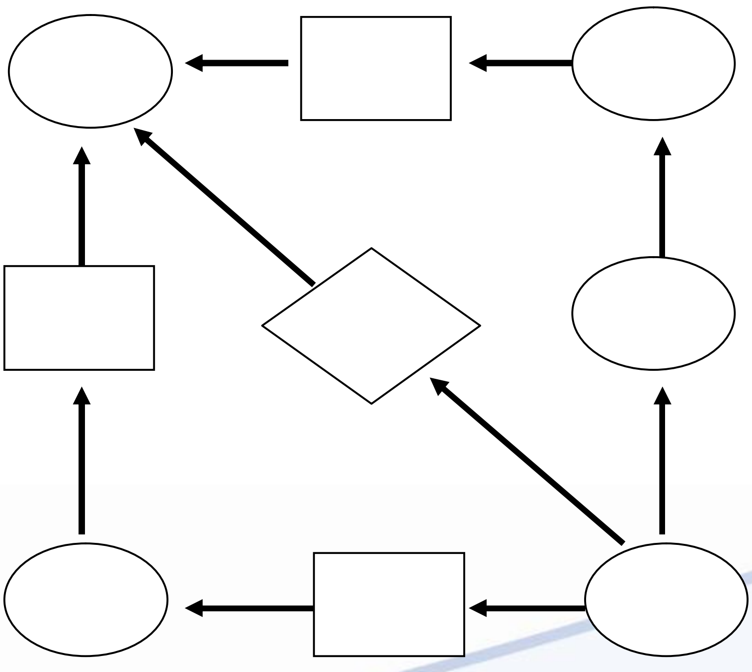


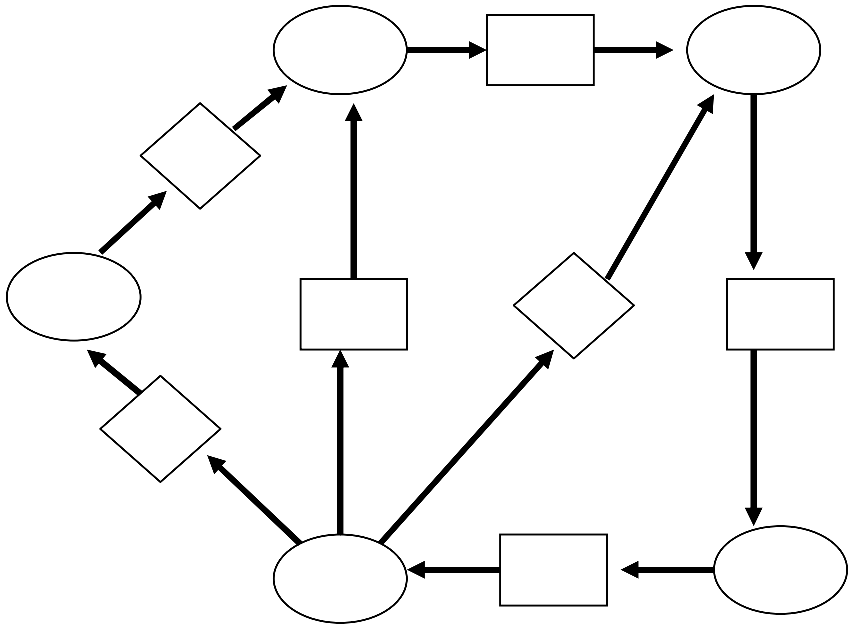
- Desarrollar las siguientes situaciones propuestas a partir del uso de las regletas como mediador didáctico.

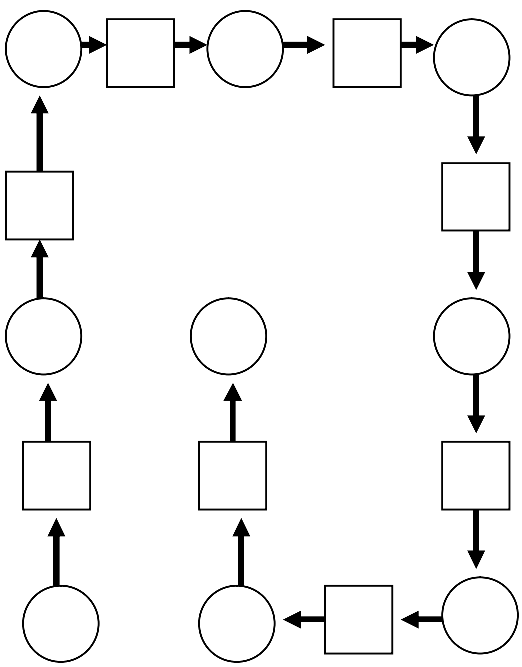
3 + 6 =	**4 veces 2 =**
7 + 3 =	**3 veces 5 =**
5 + 5 =	**5 veces 10 =**
3 + 8 =	**7 veces 2 =**
9 + 15 =	**9 veces 9 =**

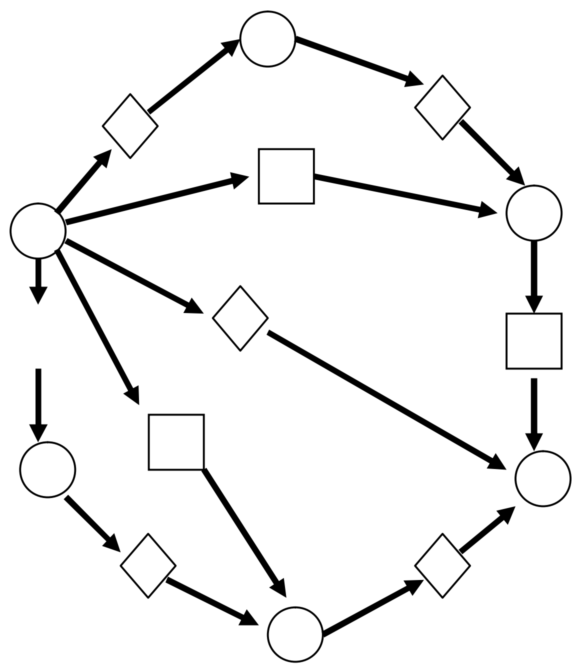
ACTIVIDAD 16. LAS MÁQUINAS

En las máquinas SIGUIENTES resolver cuatro situaciones, cada una con las operaciones: suma, resta, multiplicación y división respectivamente.



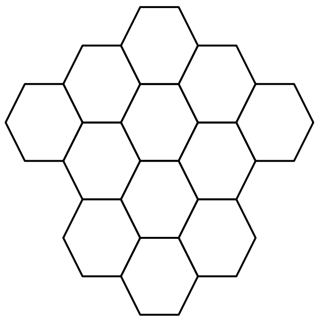






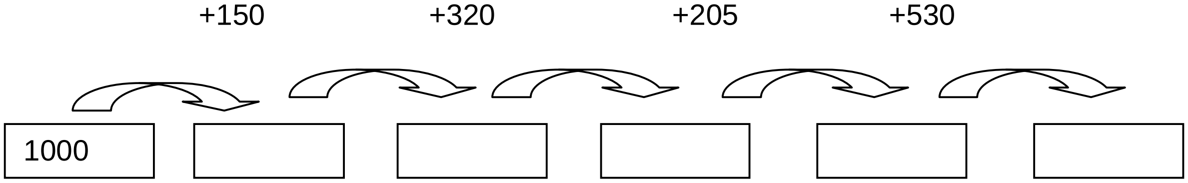
ACTIVIDAD 17. EL PANAL

Colorear el panal usando sólo cuatro colores. Ninguna celda debe quedar del mismo color que una vecina. Aumentar el grado de dificultad de esta actividad por grados hasta llegar a tercero de básica primaria.



ACTIVIDAD 18. LOS SALTOS DE MI CANGURO

Completar los saltos del canguro sumando y restando como se indica y aumentar el grado de dificultad de esta actividad por grados hasta llegar a tercero de básica primaria.



	-350	-14,589	-83,004	-78,947	
251,468					

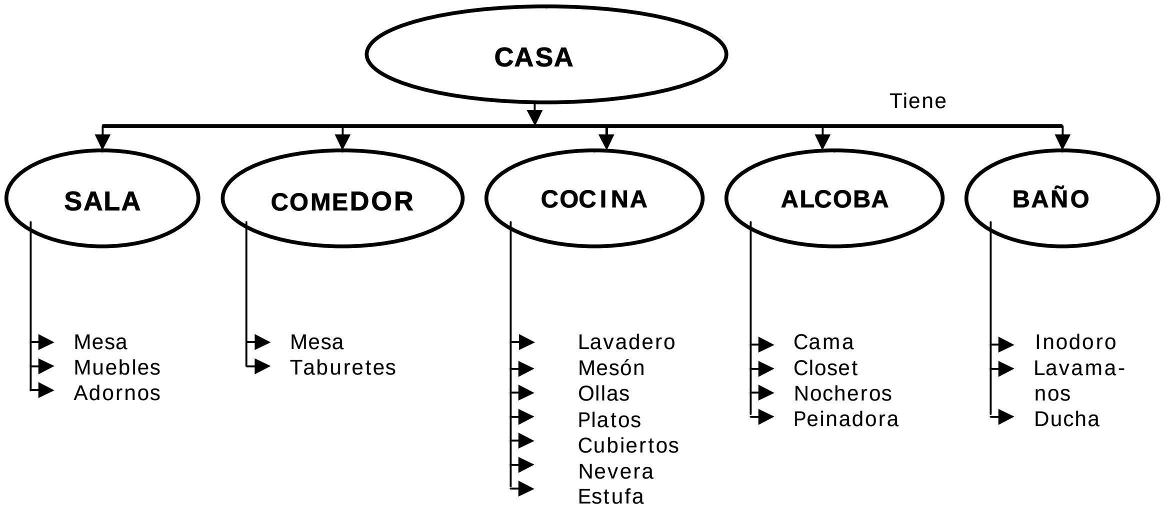
ACTIVIDAD 19. LA DESCOMPOSICIÓN DEL NÚMERO

Completar la siguiente tabla:

EN LETRAS	EN NÚMEROS	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES
CATROCIENTOS NOVENTA Y UNO			9	
	234	2		
QUINIETOS SEIS				6
SEISCIENTOS ONCE			1	
	999			9

Descomponer cada número como un polinomio aritmético y en sus partes constituyentes, por ejemplo: en 123 hay una centena o un cien, veinte decenas o dieces y tres unidades sueltas. Además, hay ciento veintitrés unidades.

ACTIVIDAD 20. ESTA ES MI CASA

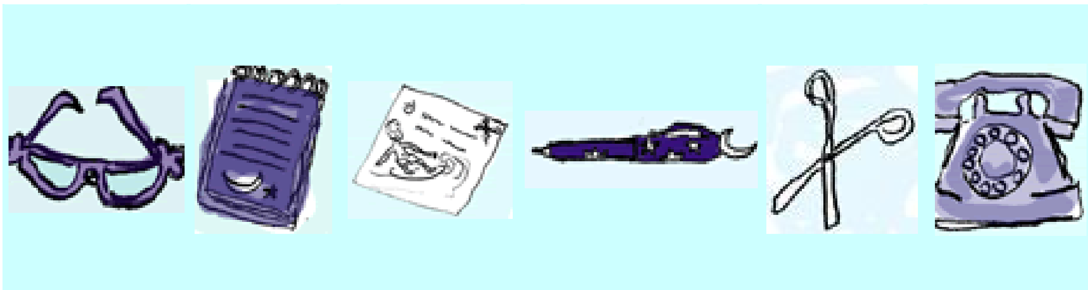


Dibujar la casa del mapa conceptual, dentro de ella ubicar y graficar los elementos que menciona el mapa.

- En el dibujo ¿Ocupa más espacio la casa o la parte que dibujó?
- Cuente los objetos que contiene cada una de las partes de la casa que resultó del mapa conceptual.
- Escriba cual parte de la casa tiene un mayor número de objetos y ¿Cuáles son?
- Escriba cual parte de la casa tiene un menor número de objetos y ¿Cuáles son?

ACTIVIDAD 21. TAREA DEL DÍA: ORGANIZAR EL ESCRITORIO

Juan tiene un escritorio muy desordenado y debe colocar estos objetos

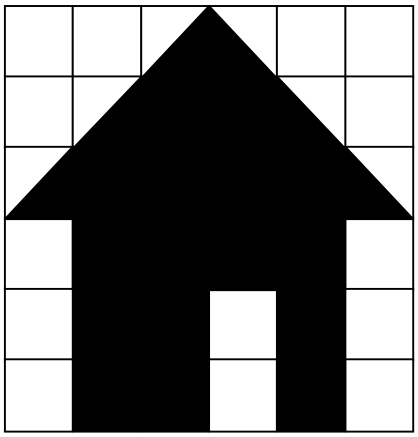


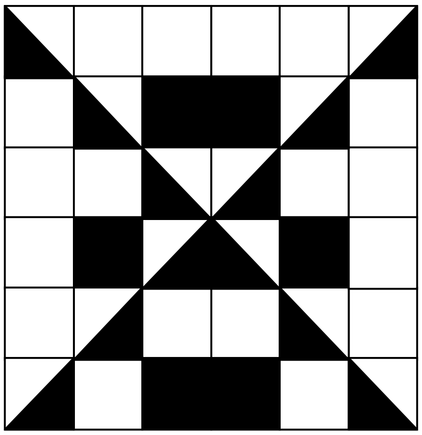
- La pluma está en el cuadro de la mitad.
- La hoja de papel está a la derecha de la pluma.
- La libreta está a la izquierda de la pluma.
- Las tijeras están debajo de la hoja.
- Las gafas están encima de la libreta.
- Ubique el teléfono en cualquier espacio vacío y cuente su ubicación.
- Cuente los objetos que hacen parte del escritorio de Juan.
- Cuente el número de cuadros.
- Cuente el número de cuadros vacíos

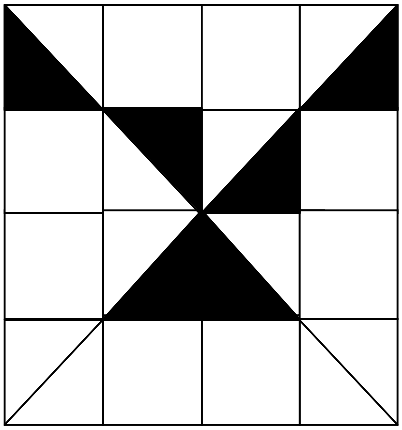
¿Qué le falta al escritorio de Juan?

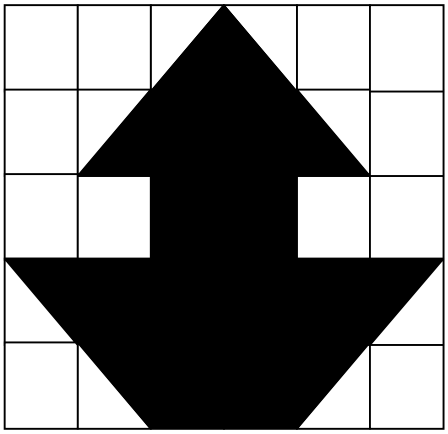
ACTIVIDAD 22. DOBLADO DE PAPEL

Tomar una hoja de papel en blanco tamaño carta por figura, obtener un cuadrado y realizar los doblados indicados, luego colorear la figura que se presenta en cada imagen y finalmente nombrar la fracción que queda indicada en cada uno de los cuatro dobleces:









ACTIVIDAD 23. A LA HORA DE CONSTRUIR UN TANGRAM

¿Cómo construir un juego de tangram?

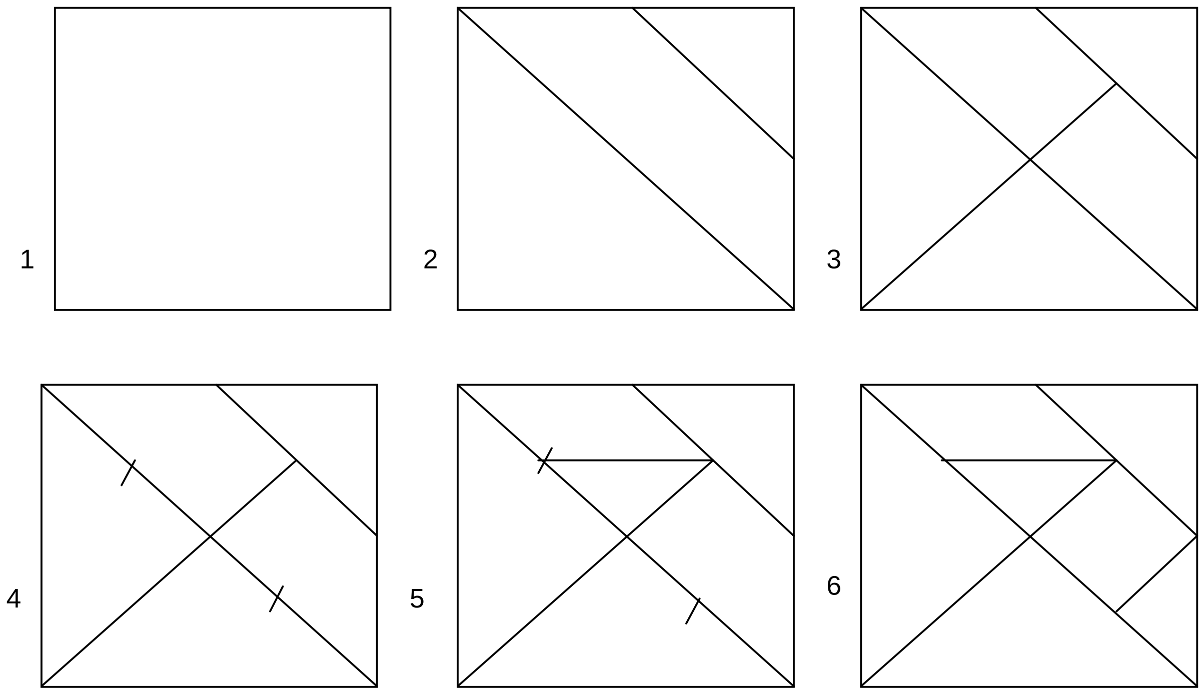
Hay dos maneras de construir el tangram. La primera de ellas, a partir del doblado de papel y la segunda, se referencia a continuación:

Se sugiere que los estudiantes trabajen en una hoja de cuadrícula pequeña, pues facilitará los cálculos de las figuras ya que en estas hojas cada cuadradito mide 0.5 cm. por lado. Si no se trabaja en este tipo de papel, entonces deberá utilizarse una regla.

- Dibujar un cuadrado de 10 cm. por lado. (20 cuadritos de la hoja)
- Trazar una de las diagonales del cuadrado y la recta que une los puntos medios de dos lados consecutivos del cuadrado; esta recta debe ser paralela a la diagonal.
- Dibujar la otra diagonal del cuadrado y llevarla hasta la segunda línea.
- La primera diagonal que se traza debe partirse en cuatro partes iguales. (Cada pedacito medirá 5 cuadritos)

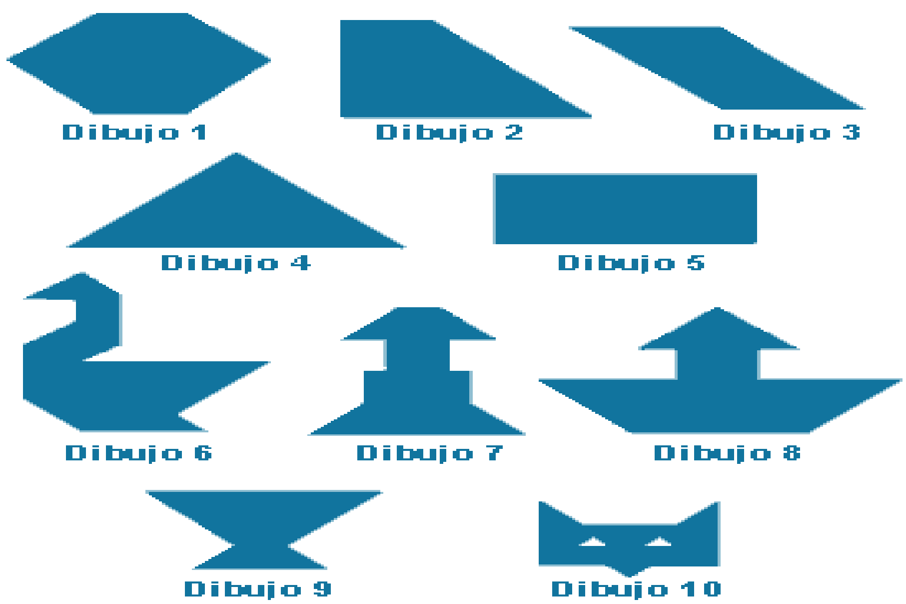
- Trazar la recta que se muestra en el dibujo.
- Por último trazar la otra recta faltante.

Observe la secuencia en los siguientes dibujos:



- **Actividad uno**

Con el tangram en sus manos, realice las siguientes figuras y grafíquelas en su Portafolio Personal de Desempeño, mostrando las piezas que componen cada una de ellas:



- **Actividad dos**

Llenar la siguiente tabla con base en las figuras que se han armado:

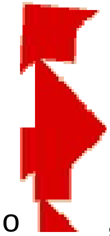
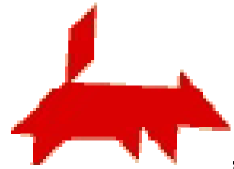
Figura	Perímetro	Área
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Al analizar cada una de las figuras es posible contestar las siguientes preguntas:

¿Tienen todas el mismo perímetro?
¿Tienen todas áreas iguales?
¿Por qué?

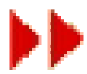
- **Actividad tres**

Este es un pequeño cuento en el que debe ir resolviendo con el tangram cada pieza en su Portafolio Personal de Desempeño, antes de continuar con la figura siguiente. Debe hacerlo sobre una hoja de papel blanco e identificar las piezas que conforman cada escena:

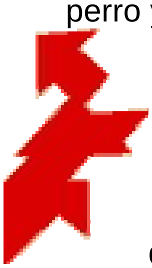
En una bella casa  vivía un niño , con su perro ,

este niño era muy alegre y le gustaba mucho bailar, pero cierto día

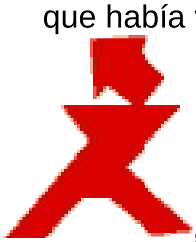
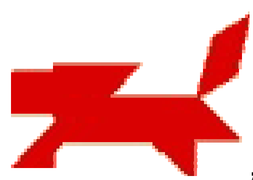
su perro se perdió, y el niño estaba muy triste. Hizo dibujos de su

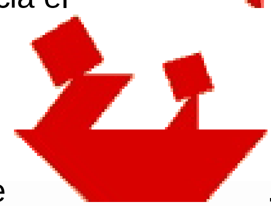


perro y se los enseñó a todos sus conocidos, alguien le dijo



que había visto a su perro cerca del muelle, el muchacho corrió hasta el

muelle , el perro al ver a su dueño corrió hacia él , y

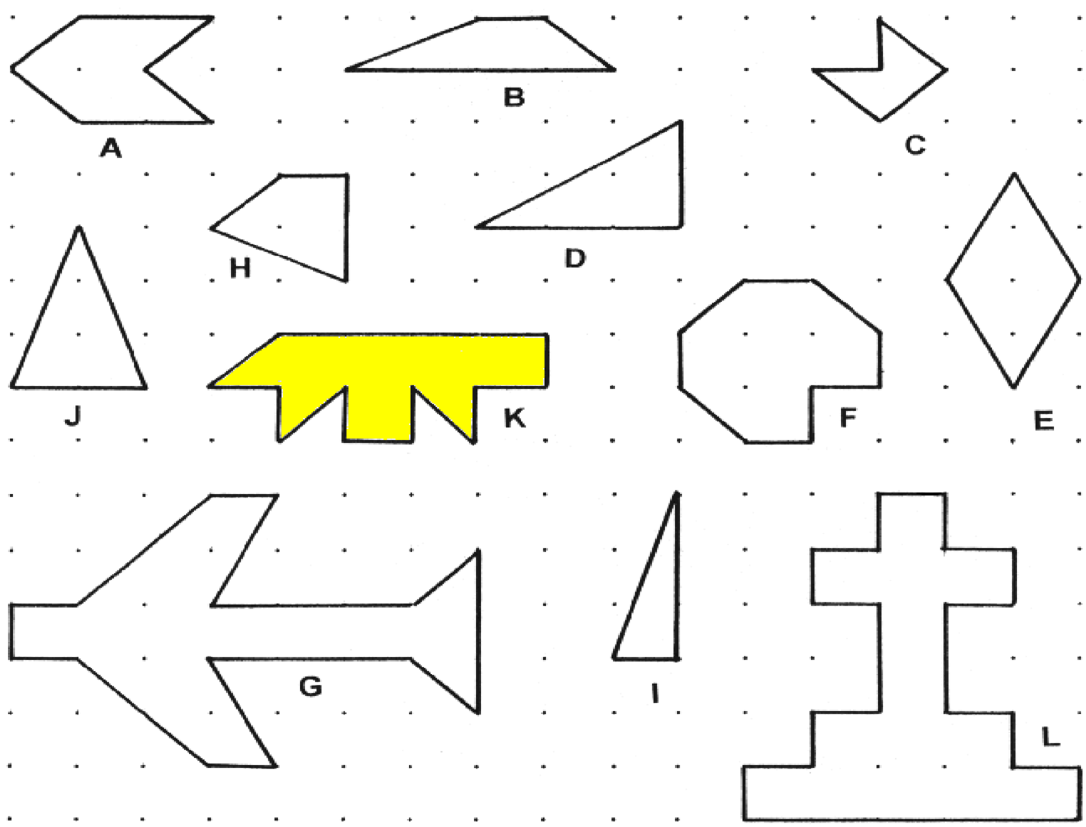


los dos felices decidieron realizar una paseo en bote.

ACTIVIDAD 24. ACTIVIDADES CON EL GEOPLANO

- **Sobre superficies**

Ubicar en un geoplano las siguientes figuras y completar los datos solicitados.



Superficie y perímetro de A: ....

Superficie y perímetro de B: ....

Superficie y perímetro de C: ....

Superficie y perímetro de D: ....

Superficie y perímetro de E: ....

Superficie y perímetro de F: ....

Superficie y perímetro de G: ....

Superficie y perímetro de H: ....

Superficie y perímetro de I: ....

Superficie y perímetro de J: ....

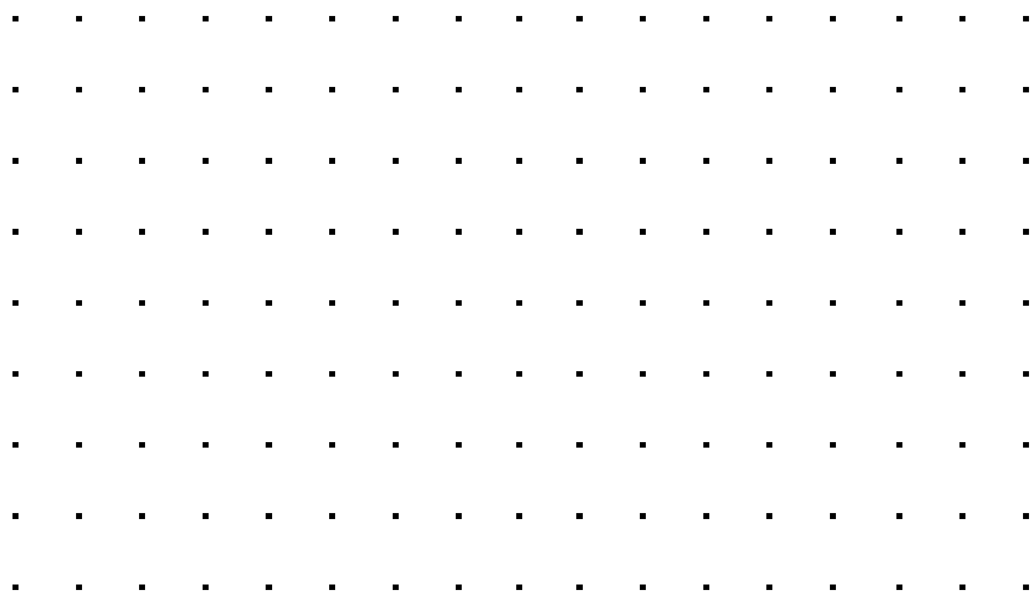
Superficie y perímetro de K: ....

Superficie y perímetro de L: ....

- **Sobre tramas**

Dibujar en la trama cuadrangular las figuras con las medidas indicadas**.**

- Figura A : 12 cms de perímetro y 9 cm^2 de superficie
- Figura B : 10 cms de perímetro y 5 cm^2 de superficie
- Figura C : 10 cms de perímetro y 4 cm^2 de superficie
- Figura D : 12 cms de perímetro y 8 cm^2 de superficie



Indicar la unidad más apropiada, poniendo una X en la casilla correspondiente, para medir la superficie de:

Objeto	**m^2**	**dm^2**	**Cm^2**	**mm^2**
Una postal				
Suelo de la clase				
Una baldosa				
Un libro				
Un sello de correos				
Lo que ocupa esta letra **A**				
Una cancha de baloncesto				
Un billete de $ 10.000				

OTRAS ACTIVIDADES CON EL GEOPLANO[3]

- **Trabajo libre.**

Construya lo que quiera en el geoplano y luego regístrelo en las hojas punteadas. En este momento se busca que los estudiantes se familiaricen con el geoplano y con la manera de registrar el trabajo.

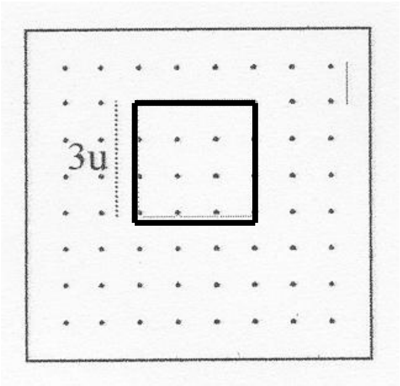
- **Construir en el geoplano un cuadrado que tenga sus lados verticales y horizontales.**

Para justificar que la figura geométrica construida en el geoplano es un cuadrado, se tiene que mostrar un argumento para justificar que los cuatro lados son iguales (que miden lo mismo). Por otro lado, se tienen que dar argumentos que justifiquen que los cuatro ángulos formados en el cuadrado, son ángulos rectos (de 90°).

La unidad de medida de longitud en el geoplano es la distancia más corta que puede construirse entre clavo y clavo. Los cuatro lados del cuadrado miden tres unidades lineales. Por construcción, los ángulos

[3] Algunas de las actividades se han tomado de www.amc.unam.mx/laciencia/mat-3.htm

formados de esta manera (con segmentos verticales y horizontales), son ángulos de 90°.



Calcular el área del cuadrado construido.

Ubicar en el geoplano el cuadrado más pequeño que puede construirse, este será la unidad de medida del área.

Ejercicios:

- Construir un cuadrado de área 16 unidades cuadradas.

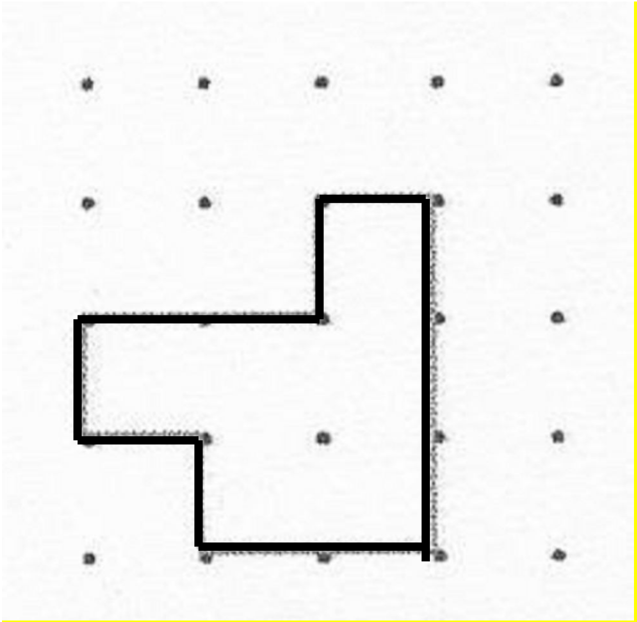
- Construir un rectángulo de área 24 unidades cuadradas.

- Construir un rectángulo de perímetro 18 unidades lineales.

Al poner estos ejercicios se habla del perímetro. Se pide a un voluntario que defina ¿Qué es el perímetro de una figura? Se rectifica su claridad frente a los conceptos de unidad lineal y unidad cuadrada.

Todo el trabajo se registra en las hojas de puntos

- **Construir la siguiente figura en el geoplano:**



Si el perímetro de cualquier figura es la suma de las longitudes de sus lados:

- Calcular el perímetro de la figura

- Encontrar el área del la figura.

Registrar en las hojas punteadas la figura, su área y perímetro.

Encontrar todas las maneras posibles de cambiar la forma de la figura sin cambiar el área. Todos los lados de cada figura deben ser horizontales y verticales.

Calcular el perímetro de cada nueva figura.

Continuar hasta haber logrado clasificar varias figuras en tres grupos las de perímetro 10, las de perímetro 12 y las de perímetro 14.

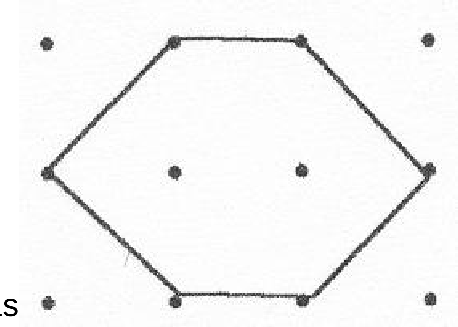
En esta actividad se descubre que: ***figuras de igual área pueden tener diferentes perímetros.*** El ir buscando figuras de igual área pero diferente perímetro favorece en mucho el entendimiento de la diferencia entre perímetro y área, conceptos que a menudo confunden a los estudiantes.

¿Qué relación encuentra entre el área y el perímetro?

- **Construir tres figuras cualquiera y calcular su área.**

Registrar en la hoja de puntos el trabajo realizado en el geoplano.

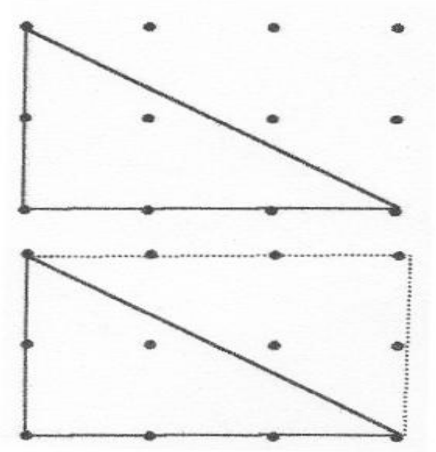
Ejemplo: por lo general se construyen figuras como la siguiente:



Figuras compuestas de cuadrados unidad y mitades de ésta. Cuando se construye una figura más compleja al momento de querer calcular el área se ajusta a que quede compuesta como antes se dijo.

- **Construir en el geoplano la siguiente figura.**

Identificar que figura es, calcular su área y justificar su respuesta:



Construir al menos 3 triángulos rectángulos diferentes al dado y calcular su área.

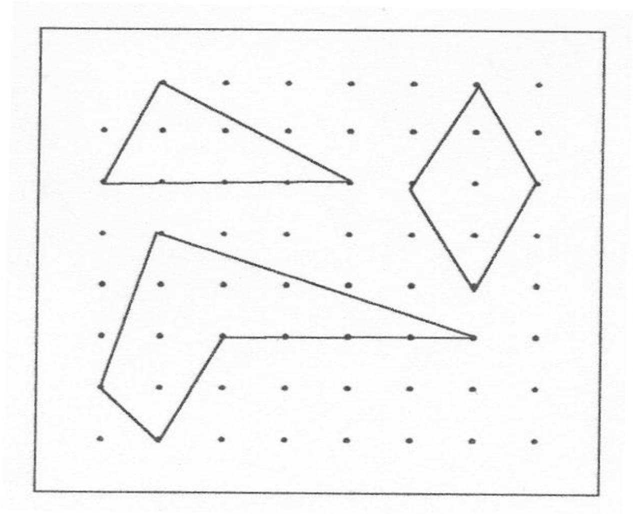
Construir tres triángulos isósceles diferentes, calcular su área y perímetro.

Construir tres triángulos agudos diferentes, calcular su área y perímetro.

Construir tres triángulos escalenos diferentes, calcular su área y perímetro.

Justificar el proceso desarrollado y llevarlo a la hoja de puntos en el Portafolio Personal de Desempeño.

- **Construir en el geoplano las siguientes figuras y calcular y su área.**

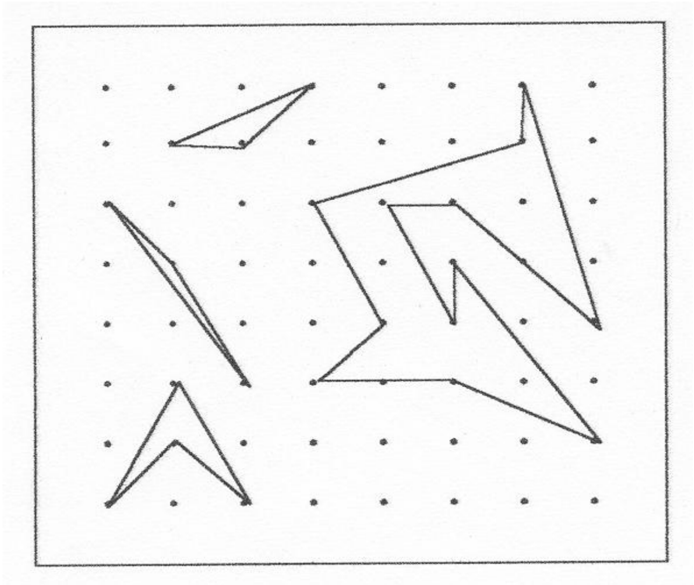


Describir gráficamente cómo se calculó el área de cada una de las figuras.

Diseñar otras tres figuras cóncavas y calcular su área y perímetro.

Diseñar otras tres figuras convexas y calcular su área y perímetro.

- **Construir en el geoplano las siguientes figuras y calcular su área y perímetro. Describir gráficamente cómo se calculó el área de cada una de las figuras.**



- **Puntos en el interior, en el exterior y en la frontera.**

Construir en el geoplano dos objetos por cada una de las siguientes condiciones:

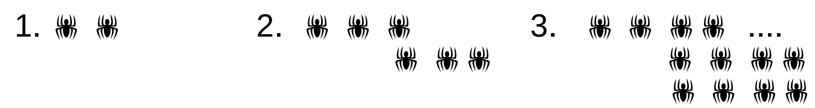
Tres puntos en el interior, seis puntos en la frontera y n puntos en el exterior.

Cero puntos en el interior, tres puntos en la frontera y n puntos en el exterior.

Cinco puntos en el interior, nueve puntos en la frontera y n puntos en el exterior.

ACTIVIDAD 25. SERIES Y MÁS SERIES

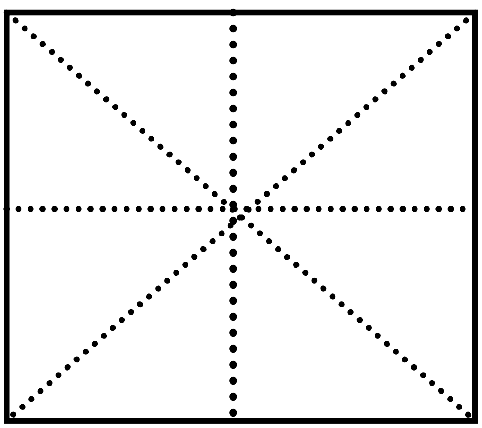
Plantear los tres elementos siguientes en cada una de las series propuestas



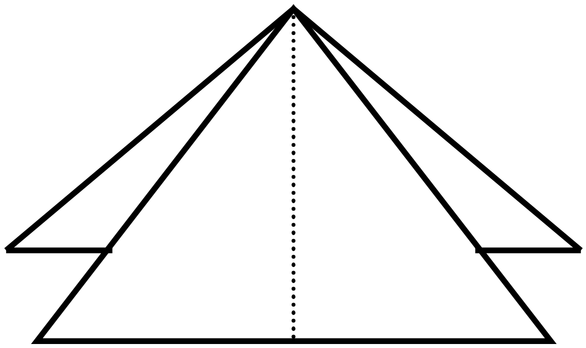
ACTIVIDAD 26. LLEGÓ EL ORIGAMI

Construcción de un octaedro

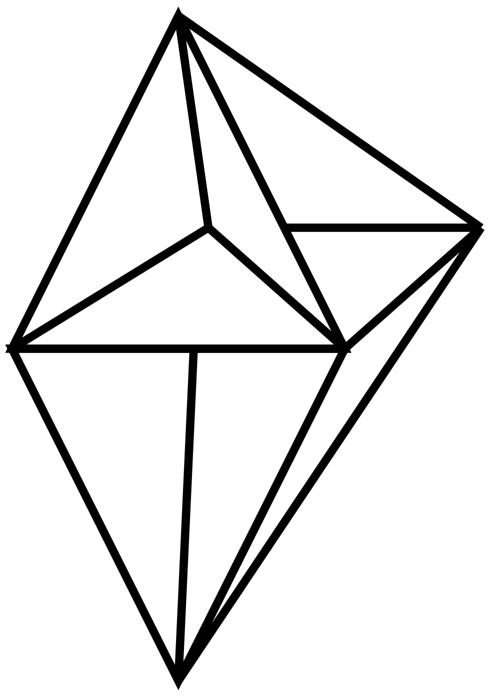
Cada estudiante debe contar con 6 “cuadrados” de papel en diferentes colores, los cuales debe doblar por las diagonales y las mediatrices, de la siguiente manera:



Posteriormente cada uno es transformado en:



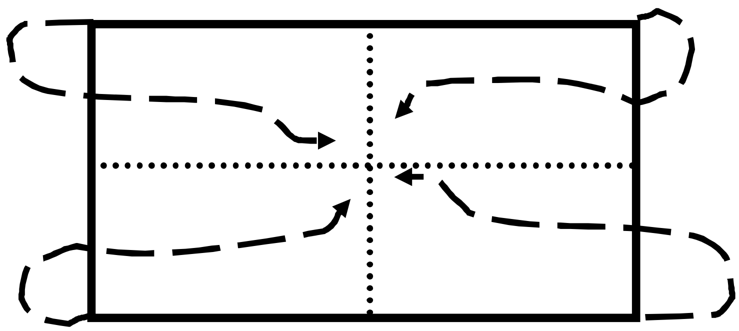
Y por último, considerando estas seis piezas como constitutivas de un rompecabezas tridimensional, se debe lograr la siguiente figura:



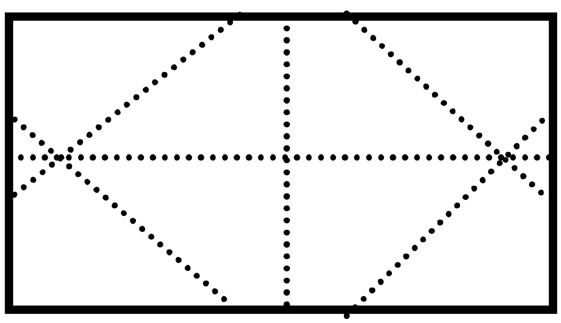
Construcción de un dodecaedro

Se construirá un dodecaedro, siguiendo las pautas del origami funcional, a saber:

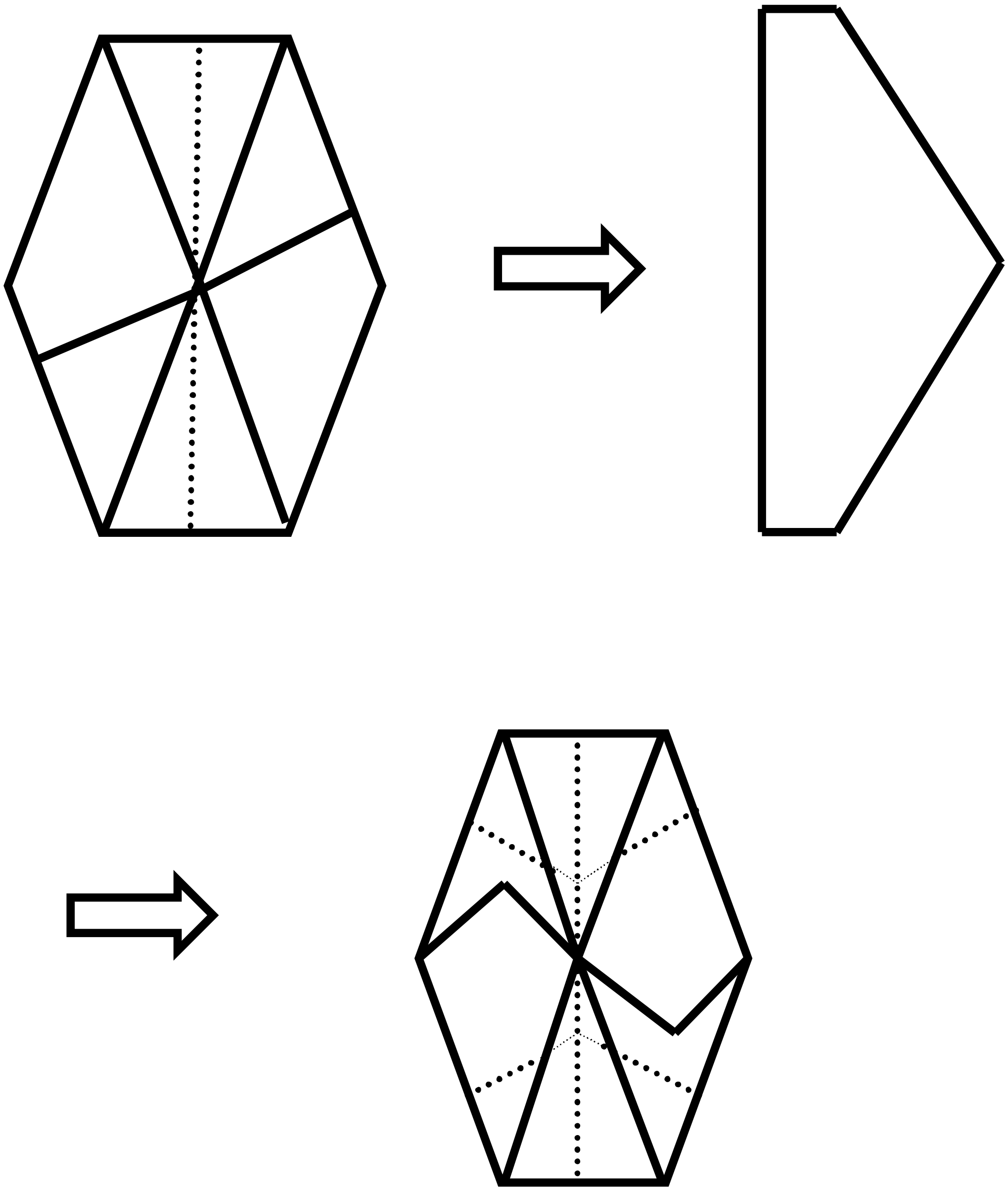
Cada estudiante debe tener doce “rectángulos” de papel en relación 4 – 5, por ejemplo: 20 cms x 16 cms, y en diferentes colores. Cada una de las piezas debe ser doblada como se muestra a continuación:



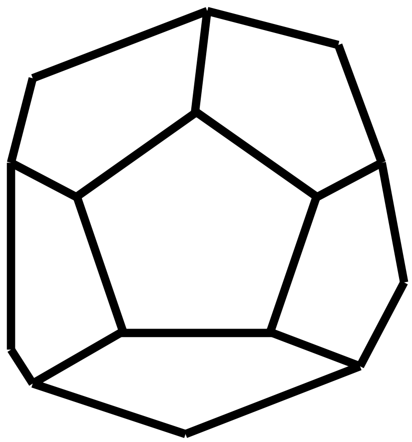
Se obtiene:



Y luego:



Con doce piezas como la de la última figura, como si se tratara de un rompecabezas tridimensional, se construye el dodecaedro:



Como complemento a esta actividad, se realiza un análisis al poliedro construido y otros, que deben ser realizados en plastilina, para diligenciar la información del siguiente cuadro:

Elementos / **Poliedros**	**Número de aristas (Bordes)**	**Número de caras**	**Número de vértices (Puntas)**
DODECAEDRO			
CUBO			
PIRÁMIDE			
PRISMA			
OCTAEDRO			

Obtener la relación de Euler o verificarla:

No. De vértices + No. De caras – No. De aristas = 2

ACTIVIDADES DE TRANSFERENCIA

La actividad que caracteriza el desarrollo del curso y a obtención de las comprensiones básicas para orientar el aprestamiento de la lógica matemática en el preescolar y en los tres primeros grados de la básica, es la de transferencia.

Desde el comienzo del curso, cada estudiante debe comenzar a diseñar su propio álbum de materiales y actividades, con sus respectivas guías de trabajo y la evidencia de su aplicación en niños hacia los cuales van diseñadas las intervenciones de corte pedagógico y didáctico.

En el álbum se debe realizar el recorrido por todos los niveles y pensamientos, igualmente, la creatividad y estilo para su presentación se deja al estudiante, previo acuerdo con el asesor del curso, quien le brindará el acompañamiento necesario para alcanzar con éxito el producto deseado.

ESTA ES
MI PRODUCCIÓN

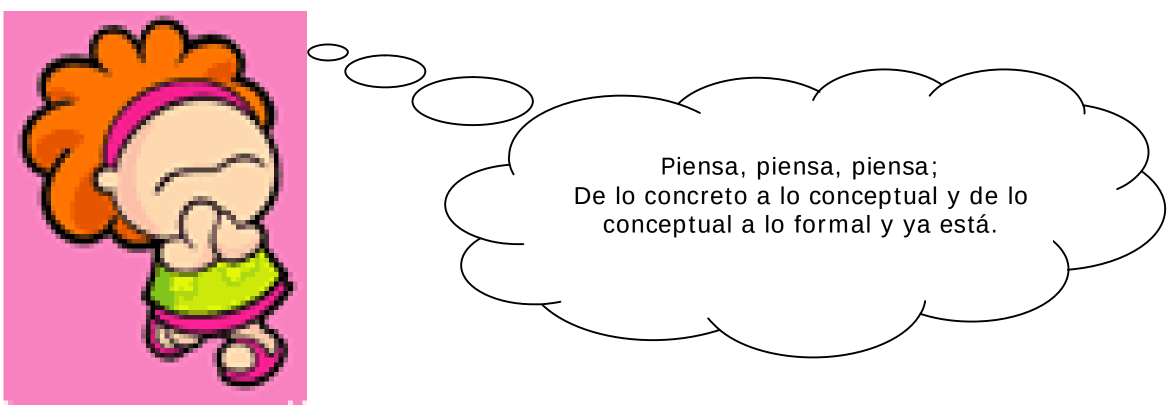
MÓDULO

UNIDAD 1. DESARROLLO COGNITIVO

Durante esta primera unidad se recorrerá rápidamente el desarrollo del pensamiento de los seres humanos, desde una concepción piagetana, haciendo un énfasis significativo en la etapas que consideran el pensamiento preoperatorio y el pensamiento operacional concreto, en las cuales se encuentran niños y niñas del preescolar y los tres primeros años de formación escolar en la básica primaria. Mayor información, puede encontrarse en cursos correspondientes al campo pedagógico y la siguiente página en Internet http://www.waece.com/, encargados de fortalecer el desarrollo de los cursos cuya finalidad es el reconocimiento de los procesos evolutivos.

Igualmente, se desarrolla en un segundo capítulo, un acercamiento a las competencias lingüísticas en matemática, realizado con base en los planteamientos de Rubén Darío Henao Ciro, en el cual podrá dilucidarse la estrecha relación entre el lenguaje escrito y el verbal y la matemática.

CAPÍTULO 1. PENSAMIENTO PREOPERATORIO



Se ubica fundamentalmente en este período a niños y niñas entre los dos años y medio y los seis años de vida. Suele dividirse en dos etapas fundamentales: ***pensamiento simbólico y preconceptual*** que termina al final del cuarto año y otro denominado ***pensamiento intuitivo*** que abarca entre los cuatro y los ocho años de vida.

Las características generales de esta etapa son:

- Simbolismo y representación
- Egocentrismo
- Razonamiento preconceptual
- Realismo
- Animismo
- Artificialismo
- Comunicación

Durante la etapa que caracteriza el pensamiento intuitivo, se producen significativas transiciones desde lo pre-lógico o pre-conceptual hacia lo intuitivo, que es el paso previo para la construcción de auténticas operaciones lógico-matemáticas mentales.

1. PENSAMIENTO SIMBÓLICO Y PRECONCEPTUAL

1.1 ESTRUCTURACIÓN Y CARACTERÍSTICAS

El pensamiento simbólico y preconceptual, se caracteriza por los *preconceptos* y el *razonamiento transductivo.*

1.1.1 Preconceptos

Los preconceptos son constituidos por los conceptos primitivos que el niño utiliza, paso intermedio entre el esquema sensorio – motor y el concepto. Son ya esquemas representativos concretos y se basan principalmente en imágenes que evocan los ejemplares característicos de una colección de objetos determinada. No son conceptos lógicos, es decir, que el niño no organiza los objetos en clases jerarquizadas. Los esquemas no mantienen la identidad de los individuos cuando se producen cambios aparentes y superficiales, ni de diferenciar aquellos que pertenecen a la misma clase, pero que son individuos distintos y separados.

“La capacidad para representar una cosa por medio de otra aumenta en velocidad y alcance de pensamiento, sobre todo a medida que el lenguaje se desarrolla; pero dado que el lenguaje se adquiere lentamente y no toma inmediatamente el lugar de la acción, el pensamiento sigue estando, en grado considerable, ligado a las acciones del niño".[4]

Es decir, la capacidad de representar le permite al niño hacer uso del lenguaje, interpretar y hacer dibujos, ampliar su campo en los juegos simbólicos o de construcción, pero, él aún no alcanza a formar verdaderos conceptos. El niño no asigna una palabra a una clase de objetos, sino a una cantidad de acciones o experiencias muy semejantes, sin hacerlo consistentemente. Se ve entonces, como las clases son una especie de prototipo repetido en varios ejemplares (por ejemplo, en el conjunto de los poliedros regulares, los niños, hacen referencia a los vértices como las puntas de los mismos y no a la regularidad de estos); son menos genéricas que en la etapa operatoria concreta.

Lo preconceptual entonces, enuncia la aparición de la función simbólica y el comienzo de la interiorización de los esquemas de acción en representaciones. La función simbólica aparece en sus diferentes formas: lenguaje, juego simbólico, imitación diferida y comienzos de la imagen mental concebida como imitación interiorizada.

1.1.2 Razonamiento transductivo

El tipo de razonamiento que emplea el niño fundamentalmente en estos preconceptos, es el denominado por Piaget como *razonamiento transductivo.* Este se caracteriza por la presentación de una base egocéntrica donde el niño carece de una toma de conciencia de las razones de sus actos; el pensamiento procede de lo particular lo particular, manifestando una total ausencia de reversibilidad y de ordenación lógica.

El niño se centra especialmente en un solo aspecto relevante de un hecho o situación, de esta manera descuida otros aspectos importantes, lo que permite que se genere una asimilación de los particular en lo particular que es deformante, al no ser compensada con otros datos de la realidad.

Lo que explica la naturaleza del razonamiento transductivo son las características de la centración, del egocentrismo y de la reversibilidad, propias del pensamiento infantil, en el cual:

---

[4] BEARD, Ruth M. Psicología Evolutiva de Piaget. Buenos Aires: Kapelusz. p 47.

“Toda la estructura del razonamiento infantil, antes de los siete u ocho años, incluso en cierta medida hasta la aparición propiamente dicha de los once u doce años, se explica en efecto por la circunstancia de que el niño razona sobre casos singulares o especiales, entre los cuales no indaga si hay o no contradicción, que dan lugar a experiencias mentales todavía no reversibles.”[5]

La transducción consiste en: “Una inferencia de lo singular a lo singular sin ley general. No hay ley general porque hay sincretismo, es decir, fusión inmediata de los términos singulares. Esta función irreversible se hace a costa de las percepciones nuevas y deforma lo adquirido en lugar de respetarlo como una verdadera deducción. Ya sea que se de una yuxtaposición de explicaciones singulares o una fusión sincrética de los casos singulares, hay irreversibilidad, y es esta irreversibilidad la que explica la ausencia de leyes generales”.[6]

La reversibilidad del pensamiento es lo que determina la generalización y lo propio del pensamiento, es en efecto, tratar de volver reversible la realidad misma.

1.2 IMITACIÓN, JUEGO Y REGLAS

Eventualmente el niño en este período podrá imitar un acto complicado aunque carezca de modelo, esta *imitación diferida* sugiere a Piaget que el niño está progresando en las representaciones del pensamiento. Piaget enfatiza que estas acciones deben ser llevadas a cabo físicamente primero, antes que puedan ser elaboradas en la mente. Como el niño no copia la realidad sino que la interpreta a través de sus estructuras internas, la imitación no es exacta, esta imagen mental es un ejemplo de los que se llama *pensar.* Además, como el niño “no puede comprender inmediatamente una nueva experiencia, la asimila a la fantasía, sin acomodarla, o acomoda su actividad o su representación a modelos, mediante la imitación, el dibujo, entre otros, sin asimilarlos enseguida”.[7]

Casi al mismo tiempo de la imitación diferida, surge una forma de juego llamado *juego simbólico,* al imitar cualquier conducta el niño utiliza algo para representar algo más. Piaget considera que por medio de este tipo de juegos el niño reproduce todo aquello que le ha impresionado, esta

---

[5] PIAGET, Jean. El juicio y el razonamiento en el niño. Estudio sobre la lógica del niño. (II). Guadalupe. 1977. p. 174 – 168.
[6] Ibid., p. 174 – 175.
[7] BEARD, Ruth, Op cit., p. 50.

apreciación se hace evidente en el momento en que plantea que el niño "forma una basta red de medios que permiten al yo asimilar la totalidad de la realidad, es decir, integrarla a fin de volver a vivirla, dominarla o compensarla."[8] El objeto se convierte en un símbolo de algo ya existente en la mente del niño y tanto los esquemas simbólicos como los imitativos revelan una evolución en la asimilación que se produce.

En este período la imitación es, en gran parte, inconsciente. El niño reproduce y simula movimientos e ideas de otras personas sin advertir que hace. Desde el punto de vista social, es esta una conducta egocéntrica, en la cual el niño confunde el "yo" con el "no yo" y su propia actividad con la de otras personas.

Con respecto a las reglas, hay pruebas de que éstas surgen espontáneamente, los bebés y los niños encuentran placer en la regularidad de una acción. Piaget encontró que los niños no obedecen por lo general las reglas hasta que tienen alrededor de siete años, si bien tienen conocimiento de ellas a través de los otros, y pueden explicar o recitar algunas, no saben como determinarlas.

1.3 EL LENGUAJE

El lenguaje también surge de las estructuras sensomotoras y está relacionado con los otros procesos de representación que emergen casi a la vez. El período preoperacional se caracteriza por el surgimiento y el rápido desarrollo en la habilidad del lenguaje, este no está restringido a la rapidez de las acciones físicas. Se caracteriza por ser más variable y representar en un instante, una larga cadena de acciones.

"Mientras la acción física está limitada al espacio y al tiempo inmediatos, el lenguaje libera al pensamiento de lo inmediato y le permite extenderse en el tiempo y en el espacio".[9]

2. EL PENSAMIENTO INTUITIVO

Esta forma de pensamiento se encuentra entre el pensamiento preconceptual y el pensamiento operatorio concreto. Alcanza un

---

[8] Ibid., p. 51

[9] LABINOWICH, ED. Introducción a Piaget. México: Fondo Educativo Interamericano. p 69 - 70.

progresivo grado de reversibilidad debido a la creciente coordinación de las relaciones representativas. Las denominadas por Piaget *formas superiores* – "intuiciones articuladas" – continúan vinculadas a las configuraciones perceptivas frente a las primeras intuiciones simples.

El razonamiento se acerca a los de tipo operatorio. Este, puede centrarse ya en dos dimensiones sucesivas (por ejemplo, en la prueba de conservación de líquido, "más alto pero más estrecho") lo que puede dar lugar a respuestas de conservación.

No obstante, su razonamiento continúa vinculado a la percepción actual, debido a que utiliza una regulación intuitiva que conduce a considerar las dos relaciones de forma *alternativa* sin que exista una coordinación estable de las relaciones de forma multiplicativa. Este pensamiento es al principio egocéntrico, centrado en la acción del momento, carente de equilibrio entre la asimilación y la acomodación.

Progresivamente se van produciendo mayores descentraciones y coordinaciones de relaciones, debido a un sistema de regulaciones que preceden a las operaciones. Las *intuiciones articuladas* conducen a la reversibilidad, la composición transitiva y la asociatividad, que preparan de esta manera la organización operatoria del pensamiento del niño.

2.1 RASGOS GENERALES REFERENTES A ESTA ETAPA DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO EN EL NIÑO

La presencia de estas formas de razonamiento en el pensamiento infantil es cada vez menor a medida que el niño se va aproximando al pensamiento lógico, es importante y además necesario que se clarifiquen algunos términos que han sido o continuarán utilizándose a lo largo de esta primer unidad y que dotan de sentido y significado cada una de las temáticas por desarrollar:

- **Yuxtaposición**

Es el fenómeno según el cual el niño es incapaz de hacer de una explicación un todo coherente. Una de estas situaciones puede ser: el encadenamiento de juicios, opiniones o explicaciones sin relación entre sí, ya sean casuales o temporales. Puede además, entenderse como la pulverización del todo en una serie de afirmaciones fragmentadas e incoherentes.

- **Sincretismo**

Se entiende como el razonamiento no deductivo que pasa directamente por un acto intuitivo de una premisa a las conclusiones, es decir, consiste en unir las cosas que no están relacionadas. Es una tendencia espontánea en los niños, a captar las cosas por medio de un acto general de percepción, en lugar de considerar detalles, de encontrar analogías entre objetos y sucesos sin que haya habido un análisis previo.

- **Egocentrismo**

Confusión del yo y del no yo. El niño toma su percepción inmediata como absoluta y no se adapta al punto de vista de los demás, remitiéndolo todo a sí mismo.

- **Centración**

Seleccionar y atender preferentemente un solo aspecto de la realidad, sin ser capaz de coordinar diferentes perspectivas y/o compensar varias dimensiones de un objeto determinado.

- **Irreversibilidad**

Incapacidad de ejecutar una misma acción en los dos sentidos del recorrido, a pesar de conocer que se trata de la misma acción. No se ha descubierto todavía la operación inversa como operación, ni como operación recíproca.

El egocentrismo y la irreversibilidad del pensamiento, se traducen en la incapacidad del niño para organizar y clasificar los objetos, para ordenar temporal y casualmente los sucesos.

En los últimos años, se han reexaminado estas características del pensamiento infantil, cambiando las situaciones experimentales por otras más familiares a los niños, de mayor acercamiento a su contexto, y se han encontrado imágenes más positivas de posibilidades cognitivas del pensamiento lógico infantil en estas edades, que evidencian un nivel no tan estricto de egocentrismo y centración.

2.2 CONSTRUCCIÓN DE LAS NOCIONES Y CONCEPTOS DEL PENSAMIENTO PRE – OPERATORIO (SIMBÓLICO E INTUITIVO)

- **Conceptos del mundo y de la causalidad física**

En los estudios realizados por Piaget frente a “la representación del mundo en el niño (1926) y la causalidad física en el niño (1927)”, expuso cuatro características que definirán la concepción del mundo de los niños en este período.

- **Realismo**

Los niños extienden inconscientemente su propio punto de vista inmediato a todos los puntos de vista posibles, se advierte “cuando suponen que los demás tienen la misma visión de un modelo que ellos, sin tener en cuenta la posición, en su forma de juzgar las acciones o de comprender enunciados que están más allá de su experiencia, así como sus tentativas de explicar las causas del mundo que los rodea”.[10]

Se presentan varias fases: una primera fase, denominada *Realismo absoluto,* durante la cual solo parecen existir las cosas, el pensamiento se confunde con la voz, el nombre del sol es una parte física del sol. La segunda fase, *Realismo mediato,* supone que los instrumentos del pensamiento están situados a la vez en el cuerpo y en el medio ambiente. La cuarta fase, la del *Subjetivismo o Relativismo,* en la cual no hay diferenciación entre el pensamiento y el mundo externo.

- **Animismo**

Como resultado del realismo, los niños explican lo que ocurre y le atribuyen características de vida a los objetos, además de atribuir conciencia a los cuerpos inanimados. Esta característica es más bien una actitud del pensamiento infantil que parte de una indiferenciación de los cuerpos vivos y los cuerpos inertes, al no poseer criterio de distinción. A través de la *actividad reflexiva* del pensamiento se va logrando una elaboración de la diferenciación. El animismo no es por lo tanto una creencia consciente y sistemática. Piaget estudió varios problemas al respecto tales como el sentido del concepto de la vida, atribución de la conciencia a las cosas, creencias sobre el sol y la luna, las montañas, el agua, madera, entre otras.

---

[10] BEARD, Ruth M, Op. cit., p. 55.

- **Artificialismo**

Esta característica consiste en el considerar de las cosas como producto de la creación humana, en creer que los objetos del mundo han sido fabricados por el hombre. Para el estudio, se formularon a los niños preguntas sobre los orígenes del sol, la luna, las estrellas, el cielo, la noche, la lluvia, el trueno, entre otros.

En esta característica, también hay una evolución estructural desde esquemas que dan cuenta de respuestas netamente egocéntricas, hasta esquemas con mayor grado de descentración dependiendo del fenómeno.

- **Precausalidad**

En ella se describen las explicaciones que dan los niños a los ¿por qué? Así, en este período los niños creen que las cosas saben sus nombres y que todo lo que se mueve puede sentir.

Todo lo anterior sustentado por esa estructura característica egocéntrica y centrada; claro que las acciones y reflexiones van posibilitando la evolución a esquemas más representativos lógicamente, por eso, la experiencia ejerce una gran influencia sobre los conceptos. Según la teoría, los estadios no están claramente determinados o demarcados en el caso de los conceptos de causalidad física y comprensión del mundo natural como en los conceptos de número, espacio y tiempo; pues las explicaciones dadas por parte de padres, maestros o medios en general, pueden favorecer la adaptación a la realidad o hacer que perduren las explicaciones míticas y mágicas de los fenómenos físicos.

2.3 CONCEPTO DE ESPACIO

En los niños menores de cuatro años las relaciones espaciales con excepción de las más simples, resultan difíciles. Los niños demuestran no tener ningún concepto de orden cuando se les pide copiar un collar de cuentas, aros, roscas, o una cuerda con ropa tendida para secar, y no pueden hacer nudos.

La importancia de la *acción* en el desarrollo de los conceptos espaciales, quedó demostrada por unos experimentos donde los niños debían reconocer objetos y formas al manipularlos (percepción háptica) sin verlos. Se evidencia, que carecen de una representación mental de los objetos y de la relación entre sus partes. Los niños se limitaban a sostener los objetos y moverlos entre las palmas de sus manos.

Si se reconocía algo por parte de alguno de los niños, se hacía al notar notando las características topológicas de los objetos (bordes continuos o no, huecos en la forma, etc.) pero no advertían las características geométricas tales como el número de lados, vértices o paralelos. Se evidencia entonces, la carencia de representación mental de los objetos y de las relaciones entre las partes.

Más adelante (al hacer referencia a la cuentas) los niños pueden poner una cuenta junto a su pareja, pero no consiguen colocarlas correctamente en orden, logran formar pares correctos, sin preocuparse por el orden general. La concusión es entonces, que solo las relaciones de espacio y tiempo que pueden apreciarse, prácticamente se establecen en forma correcta, no obstante, todo lo que está más allá del espacio y del tiempo individual e inmediato, tiene que ser aún asimilado en forma de esquemas representativos.

Durante el estadio intuitivo, la concepción del espacio está aún estrechamente vinculada a la acción, pero dado que una cosa tiene que ver con la otra, es capaz de observar la proximidad, la aproximación, el orden y la continuidad.

2.4 EL CONCEPTO DE TIEMPO

El tiempo intuitivo se explica por el carácter egocéntrico e irreversible del pensamiento infantil, su construcción operatoria se basa en dos tipos de descentraciones o de relaciones reversibles (en el siguiente nivel de desarrollo se explicarán más ampliamente).

Solo las relaciones de tiempo que pueden apreciarse, se establecen en forma correcta. La duración de un viaje se determina en relación con sus puntos terminales, sin considerar las horas de partida y de llegada, ni la distancia recorrida. Se puede apreciar por parte de los niños cada relación por separado, pero no se logran coordinar.

Con respecto a los problemas de edad, estos implican la coordinación de dos series – de edades y fechas de nacimiento, de las cuales una aumenta y la otra disminuye – y es más complicado que formar una sola serie.

Los niños más altos son considerados como mayores y las edades de los adultos son asignadas también de acuerdo a la altura, para los niños, todos los adultos son considerados como viejos y los adultos de particular importancia para ellos, vivirán indefinidamente. Del mismo modo los árboles coposos, altos o que tengan más frutas, se consideran más viejos, sin importar como relevante la fecha o época en que fueron plantados para determinar la edad o comparar con otros.

2.5 NOCIÓN DE NÚMERO Y CANTIDAD

Inicialmente en el sub – estadio preconceptual, los niños carecen de una estructura mental, que los capacite para concebir series, cuantificadores, relaciones y aún más operaciones. Sin operaciones mentales, los niños dependen de los juicios perceptivos y “centran” el problema en un aspecto o relación.

El elemento del pensamiento intuitivo que se hace más evidente en las soluciones que los niños dan a los problemas de número y cantidad, es la incapacidad para tener en cuenta más de una relación a la vez. Se juzga un grupo de objetos más numeroso que otro, simplemente porque cubre un espacio mayor, sin considerar el número, aún cuando hayan dispuesto previamente los objetos en pares o en dos filas iguales.

Los procesos de pensamiento que desarrolla el niño no le permiten invertir el movimiento y ver nuevamente los objetos en dos filas iguales, y además, el hecho de formar pares no implica necesariamente igualdad de números. Así mismo, se da la incapacidad para formar pares exactos, para concebir una serie completa o para comparar dos series, para comparar relaciones entre un todo y sus partes o entre una clase y sus subclases y todas las consiguientes dificultades para medir o efectuar operaciones con cantidades; existe la creencia de que las cantidades no se mantienen cuando cambia la forma.

La idea de correspondencia uno a uno, fundamental para la construcción del número y la medición, también tienen desarrollo evolutivo, de esta manera, hacia los cuatro años de edad los niños pueden colocar o relacionar los objetos uno a uno, pero si una parte de estos se amontona, suponen que su número se ha reducido o, si se los dispersa, que su número ha aumentado.

Luego, aproximadamente a los seis años, no es probable que crean que el número cambie en esta forma, hay una correspondencia evidente entre las series de objetos; pero si las dos están formadas por objetos idénticos, se engañan con mayor facilidad. Les cuesta realizar otra hilera *exactamente igual* a una ya hecha. La hacen guiándose por el largo de la hilera, sin considerar la distancia entre las cuentas o, si logran hacerlo, se modifica la disposición de las cuenta, de modo que los extremos de las hilera no corresponden más, suponen que se han alterado los números; “en un tercer nivel de dificultad, se toman las cuentas por pares, y de cada par se coloca una en un tubo y la otra en un plato, se guiará por un juicio perceptivo, suponiendo que el collar hecho con las del tubo será más largo".[11]

Así mismo, el niño no comprende que se mantengan o conserven las cantidades a pesar de las situaciones (transformación, rotación, etc.), cantidades continuas, discontinuas, de longitud, peso, volumen.

Piaget, halló que se adquiere la conservación del número y la sustancia alrededor de los seis años de edad, aproximadamente, luego se adquiere la del peso y la superficie, alrededor de los ocho años y la del volumen sólo alrededor de los diez años. Inevitablemente, los niños en este estadio no tienen un concepto real de medida.

3. PENSAMIENTO OPERACIONAL CONCRETO

3.1 GENERALIDADES

- **La inteligencia**

Pasa a ser operacional, las estructuras cognitivas le permiten interaccionar con el medio en una forma más adaptativa que en el estadio anterior.

- **La operación**

La define Piaget, como una acción interiorizada reversible y se integra en una estructura de conjunto.

- **Lo cognitivo**

El sujeto dispone de un instrumento cognitivo que supone una operación lógica. Una de las limitaciones que tienen estas operaciones, es que solo se pueden llevar acabo cuando los niños están manejando informaciones concretas, es decir, que sean perceptibles.

- **La reversibilidad**

Uno de los rasgos definitivos de una operación. Hay dos tipos:

[11] BEARD, Ruth. Op. cit., p. 72.

Reversibilidad por inversión o negación. Supone llevar a cabo una acción contraria a la que acabamos de hacer.

Reversibilidad por reciprocidad o compensación. Este rasgo existe para toda operación recíproca que es totalmente distinta de la primera, por que anula o compensa los efectos de esta.

- **Agrupamiento**

Esta estructuración describe el desarrollo cognitivo del sujeto entre los siete y los once años, resulta de una combinación de dos estructuras lógicas: el grupo y el retículo. Las propiedades de estas estructuras son:

- o **Composición.** Cualquier operación que combina dos elementos del conjunto da como resultado un elemento que también pertenece al conjunto.
- o **Asociatividad.** La combinación de una serie de elementos del conjunto es independiente de la forma en que se les agrupa.
- o **Identidad general.** Hay un solo elemento en el conjunto, el elemento de identidad, que al combinarse con otro elemento no genera en él ninguna transformación.
- o **Reversibilidad.** Para cada elemento del conjunto existe otro elemento que combinado con él, da como resultado el elemento identidad.
- o **Identidades especiales.** Corresponde al reticulado.

Existen nueve agrupamientos, cuatro que se refieren a la ***lógica de clases***, cuatro a la ***lógica de relaciones*** y uno ***preliminar,*** el agrupamiento de *igualdades,* que es un caso especial de los ocho anteriores.

Los agrupamientos I y II, se refieren a reglas de *adición y substracción de clases.* Los agrupamientos III y IV, a la *multiplicación y división de clases;* los cuatro restantes se ocupan de las *relaciones simétricas y asimétricas.*

No existe ningún tipo de jerarquía entre los dos tipos de operaciones: ***lógicas e infralógicas,*** ambas existen en la estructura de agrupamiento y aparecen simultáneamente en el desarrollo del niño.

- **Desfase horizontal**

Se produce entre la adquisición de dos nociones que poseen la misma estructura lógica, pero tienen distinto contenido. El término “horizontal” hace referencia a que este desfase tiene lugar dentro del mismo estadio o nivel de desarrollo.

- **Desfase vertical**

Consiste en las diferencias que existen entre los distintos modos de representación y funcionamiento del sistema cognitivo del sujeto. El orden de la adquisición de las nociones se da así: seriación, número, inclusión de clases, clasificación jerárquica, conservación de la materia, peso y volumen.

3.2 CONSTRUCCIÓN DE LAS NOCIONES Y CONCEPTOS DEL PENSAMIENTO

- **Objeto**

Clasificaciones, seriaciones, conservaciones y número, referidos a contenidos que implican información discontinua.

Estas operaciones lógicas cumplen las siguientes propiedades específicas:

- Se aplican a conjuntos de objetos discretos discontinuos.
- Son operaciones independientes de la proximidad espacio – temporal de los objetos a los que se refieren.
- No requieren una modificación interna de sus objetos, una alteración de su estructura y tampoco, cambios en su ubicación espacio – temporal.
- Afirman siempre que la relación cuantitativa entre los objetos no varía independientemente de todas las transformaciones perceptibles que sobre ellos se pueda realizar.

- **Conservación**

Concibe la acción transformante como *reversible*, el niño admite la existencia de invariantes, que incluso le parecen evidentes.

Se define esta noción como la comprensión por parte del niño que las relaciones entre dos objetos permanecen invariantes, es decir, se conservan a pesar que la producción en uno de ellos de deformaciones perceptivas irrelevantes, es decir, transformaciones que no impliquen en ningún caso adicción o sustracción.

Cuando se muestra una respuesta de conservación, se ofrecen tres tipos de argumentos para justificarla, ninguno más evolucionado que el otro:

- En la primera respuesta, el niño recurre a la reversibilidad simple.
- En la segunda respuesta, recurre a una reversibilidad más sutil basada en la compensación.
- El tercer argumento es la identidad. La cantidad no cambia.

- **Clasificación**

Las nociones de clase son las que tienen que ver con la relación de ***pertenencia a un grupo.*** A partir de esta relación se forman clases, desde el comienzo de su desarrollo los niños perciben semejanzas y diferencias entre los objetos, de esta manera, establecen en función de ellos *clases.*

A partir de dos experimentos, se observan tres etapas en el dominio de las operaciones elementales de clasificación:

- **Primera etapa.** *Colecciones figurales*, organización del material no en clases ni en subclases, sino guiándose de factores figurales.
- **Segunda etapa.** Las colecciones figurales dan paso a las *no figurales,* estas se basan únicamente en la semejanza de atributos, trata de asignar objetos a uno u otro grupo e incluso puede diferenciar entre el grupo mayor y aquellos que están incluidos en él.
- **Tercera etapa.** La comprensión de inclusión es un rasgo definitivo de esta etapa, el niño es capaz de manejar correctamente las nociones de clases y subclases. Es además, capaz de realizar dobles clasificaciones, como tablas de doble entrada o matrices. La multiplicación de clases es una capacidad que desarrolla de forma sincrónica con la clasificación operatoria general.

- **Seriación**

Se ocupa de una ordenación unidimensional. Los contenidos de esta noción se refieren a las relaciones asimétricas y transitivas que se dan entre los elementos de un conjunto, para ordenarlos de alguna manera. Se dan tres etapas de desarrollo:

- o Hacen entre sí, grupos de dos o tres, pero no construyen una serie completa.
- o Construyen toda una serie por tanteo, por el método empírico de ensayo y error.
- o Realizan las intercalaciones exactas, al hacer comparaciones sólo a partir de uno de los extremos de la serie, comprenden que el resultado sería idéntico si partiesen del otro extremo.

Entender que un elemento se concibe de antemano como simultáneamente mayor que los anteriores y menor que los siguientes, implica una forma de reversibilidad por reciprocidad, pero el rasgo fundamental de este nivel operatorio en la seriación, lo constituye la comprensión de la transitividad.

- **Concepto de número**

Constituye una síntesis original y nueva de las estructuras de clasificación y seriación, en la que además, se observa de nuevo la importancia de la noción de conservación en este nivel de la inteligencia operatoria.

La ordenación numérica está unida en un primer momento a la disposición espacial de los elementos.

- **Etapas del desarrollo del concepto de número**

- o El juicio numérico de los sujetos está totalmente dominado por la longitud relativa de las filas.
- o Considera tanto la densidad como la longitud de las filas. Carece todavía de la capacidad de coordinar la información proveniente de la longitud con la densidad.
- o Se coordinan longitud y densidad y se concluye que la relación numérica inicial entre dos filas, se conserva independientemente de que estas se acorten o alarguen. Comprende que, cuando la longitud aumenta, disminuye la densidad en la misma proporción estableciéndose un proceso de compensación.

En el concepto de número, no sólo interviene la noción de clase, es necesario además, ordenar los objetos para contarlos. Lo que constituye el número es entonces la síntesis de ese orden serial de las unidades con la inclusión de los conjuntos resultantes de su reunión. Se trata de una síntesis nueva y original, pero que toma todos sus elementos de las estructuras más simples de los agrupamientos lógicos de clases y relaciones.

- **Espacio**

Las operaciones infralógicas se construyen paralelamente a las operaciones lógico – aritméticas y sincrónicamente con ellas, en particular, por lo que atañe a las operaciones espaciales.

La medida empieza, efectivamente, por una partición de lo continuo y un ajuste de las partes en isomorfismo con la inclusión de clases. Pero, para constituir y utilizar la unidad, una de las partes debe ser aplicada sucesivamente sobre el todo por desplazamiento ordenado (sin superposiciones), lo que corresponde a una seriación; la medida aparece así como una síntesis entre la seriación y la inclusión.

El desarrollo de las intuiciones preoperatorias y luego las operaciones espaciales en el niño, están más próximas a la construcción teórica que a las filiaciones históricas: las estructuras topológicas de partición del orden (proximidades, separaciones, envolvimientos, apertura y cierre, coordinación de las aproximaciones en orden lineal y luego bi o tridimensional, etc.) preceden a las otras y de esas estructuras proyectivas (desplazamiento, medida, coordenadas o sistemas de referencia), como generalización de la medida en dos o tres dimensiones.

- **Causalidad**

La causalidad en esta etapa es racional, por asimilación, las acciones propias de su orientación egocéntrica se inclinan más por las operaciones en tanto que son coordinaciones generales de las acciones.

Se realizó una experiencia con niños de cinco a doce años, se les preguntó lo que sucede luego de la disolución de un terrón de azúcar en un vaso de agua. Hasta los siete años aproximadamente, el azúcar disuelto desaparece y su gusto se irá como un simple olor; a los siete u ocho años, la sustancia se conserva, pero no su peso ni su volumen; a los nueve – diez años, se añade a ello la conservación del peso y entre los once – doce años, la relación del volumen, reconocible por el hecho de que el nivel del agua, que sube un poco al sumergirse los terrones, no vuelve a su nivel después de la disolución.

Esa triple conservación de las modificaciones se explican para el niño mediante la hipótesis siguiente: los pequeños granos de azúcar en trance de disolverse, se hacen muy pequeños e invisibles y conservan así, primero, *su sustancia* sin peso ni volumen, luego el peso y después el volumen de los terrones antes de su disolución. Este es un ejemplo de explicación causal pro proyección en lo real de una composición operatoria.

- **Tiempo**

La noción de tiempo se basa en su forma acabada sobre tres clases de operaciones:

- o Una seriación de los acontecimientos constitutiva de orden de sucesión temporal.
- o Un ajuste de los intervalos entre los acontecimientos puntuales, fuente de la duración.
- o Una métrica temporal –ya actuante en el sistema de las unidades musicales, mucho antes detona elaboración científica–isomorfa de la métrica espacial.

El niño comienza a juzgar la duración según los contenidos, únicamente olvidando la velocidad (cosa que los adultos hacen todavía a menudo en las evaluaciones intuitivas); de esta forma, el niño estimará que el móvil ha caminado más tiempo si ha llegado más lejos, etc. Tras de lo cual, el contenido se pone en relación con la velocidad de su desarrollo, lo que constituye entonces el tiempo a título de relación objetiva y da en las operaciones mencionadas un valor al desarrollo de las mismas en consonancia con el tiempo de duración.

Lo anterior es evidente en las operaciones de medida del tiempo (velocidad del movimiento del reloj) mientras que en los niños pequeños el empleo de tales puntos de referencia no sirve para nada, porque imaginan que las saetas o arena del reloj se mueven con velocidades variables según el contenido que se ha de medir.

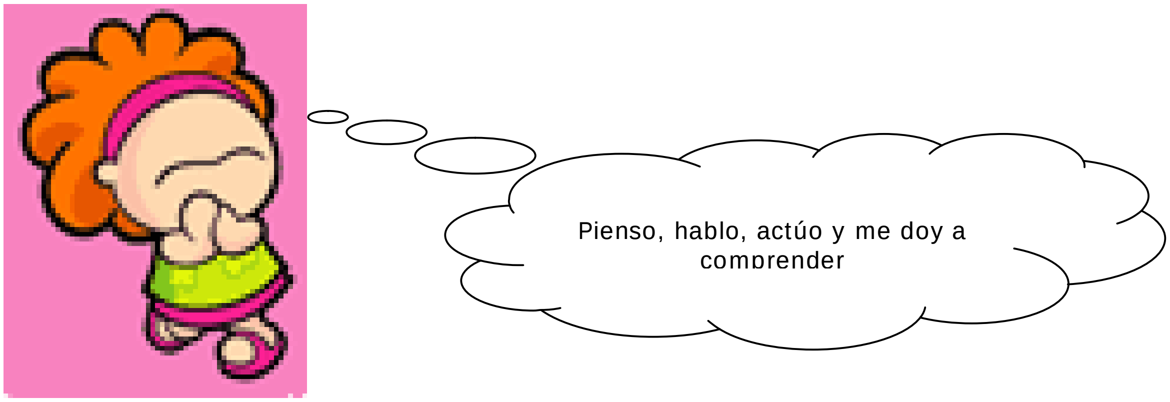
- **El número**

Conservación

El proceso concibe la acción transformante como reversible, admite la existencia de invariantes, que incluso parecen evidentes. La comprensión de esta noción, radica en que, las relaciones cuantitativas entre dos objetos permanecen invariables y se conservan, a pesar de la posibilidad que se produzcan en uno de ellos deformaciones perceptivas, irrelevantes, es decir, transformaciones que no impliquen en ningún caso adiciones o sustracciones.

Hay tres tipos de respuesta que se enunciaron en el objeto, así mismo se dan las nociones de clasificación, seriación y concepto de número que están expresados en el objeto, por lo tanto, es importante remitirse nuevamente a la construcción de nociones de conceptos y del pensamiento, especialmente en el aparte dedicado al objeto.

CAPÍTULO 2. COMPETENCIAS LINGUÍSTICAS EN LA MATEMÁTICA[12]



2. GENERALIDADES

Para un buen desenvolvimiento en el desarrollo de la lectura de este segundo capítulo, es necesario que se comprenda la noción de competencia con la que se trabaja el contenido de este título, por eso se entenderá cada que se haga relación a “competencias”, se estará hablando de las capacidades con que un individuo cuenta para….

Ahora, si de competencias lingüísticas se trata, es necesario recordar a Noam Chomsky quien las define como “la posesión intuitiva de las reglas de la gramática que posee un individuo. Un conocimiento no consciente que un hablante – oyente normal tiene de su lengua”. [13]

De igual forma, Dell Hymes reconceptualiza la noción de competencia comunicativa como la “habilidad que tiene un emisor nativo, respecto a su comunidad de hablantes de interpretar y producir lenguaje apropiado a las situaciones”.[14]

Desde las propuestas planteadas por el Ministerio de Educación en los Lineamientos curriculares para el área de Lengua castellana, se

---

[12] Este capítulo retoma elementos significativos del texto de Rubén Darío Henao Ciro, MCas, en Didáctica de la matemática, el cual fue producido en IPALAC, la Habana, Cuba.

[13] Perea Sandoval, Carlos. El concepto de competencia y su aplicación en el campo de la educción. Ased. Bucaramanga, 2000. P. 15

[14] Ibid. p. 21

intenciona la necesidad de trabajar específicamente en el logro de competencias que tienen estrecha relación con el lenguaje, ellas son: gramatical o sintáctica, textual, semántica, pragmática, enciclopédica, literaria y poética. Todas ellas indispensables en el educador de preescolar y de cualquiera de los niveles de educación en Colombia:

- **Competencia gramatical o sintáctica.** Permite hablar y escribir con corrección, al coordinar las palabras y construir correctamente definiciones o conceptos.
- **Competencia textual.** Implica los dispositivos que permiten coherencia y cohesión en las definiciones, conceptos o textos que se construyen. Su desarrollo procesos de pensamiento lógico matemático, enriquece y fortalece la curiosidad en los estudiantes y la posibilidad de la pregunta constante, permite el diálogo inter e hiper textual entre libros o softwares especializados en matemática, lo que permite el abordaje de una situación a partir de múltiples perspectivas.
- **Competencia semántica.** Es la capacidad de reconocer y utilizar adecuadamente los significados en la construcción de conceptos, la solución de situaciones problema y la aplicación de lo trabajado desde el saber específico en el contexto. Existe una estrecha relación entre el pensamiento y el lenguaje, así las cosas, es necesario pensar para decodificar el lenguaje matemático y es este mismo el que sirve de detonante para que comience el funcionamiento del pensar. Como expresa Lyotard *Pensar es ya hablar. Todavía no pensamos si no podemos nombrar los que pensamos,* es necesario entonces, que los códigos, los signos, los objetos matemáticos y las representaciones gráficas, algebraicas y numéricas, se encuentren dotados de significado y contenido, todo para dotar de sentido.
- **Competencia pragmática o socio – cultural.** Implica el conocimiento, el uso de normas de la comunicación en contexto y el reconocimiento de variables. Implica en matemática, el ser capaz de establecer relaciones correctas entre la acción y los conceptos matemáticos de tal manera que lo presentado por el educador dote de sentidos las representaciones que construye el estudiante.
- **Competencia literaria.** Es la habilidad para leer y escribir. Ha sido desde la experiencia con grupos de educadores en formación y de los mismos niños, gratificante la participación de obras como: *El diablo de los números,* de Hans Magnus Ensenberg; *La conquista de la felicidad,* de Beltrand Russell, *El escarabajo de oro,* de Edgar Allan

Poe; a *través del espejo,* de Lewis Carroll; y otras obras recomendadas por Rubén Darío Henao Ciro como: *El aleph, El Zair, El jarín de los senderos que se bifurcan* de Jorge Luis Borges; *El túnel,* de Ernesto Sábato; *El teorema del loro,* del francés Denis Guedj; *Malditas matemáticas: Alicia en el país de los números,* del italiano Carlo Frabetti, *Fermat: el mago de los números,* de Blas Torrecillas Jover; *Pónganme un kilo de matemática,* de Carlo Andradas Heranz, entre otros. No se pueden descuidar *las adivinanzas, poesías, retahílas y cuentos del camino* de los cuales la cultura Colombiana se encuentra dotada.

- **Competencia poética.** Es la capacidad que poseen los individuos para recrear su contexto e inventar otros a través del lenguaje. Es la puerta que se abre a la imaginación y la creatividad para generar nuevas soluciones, nuevos problemas, nuevas miradas y nuevas formas de trabajo que potencien el desarrollo de procesos de pensamiento lógico matemático.

2. APLICACIONES AL APRESTAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

- **Trabajo con numerales**

Los numerales se entienden como adjetivos y pueden ser: adjetivos numerales cardinales, adjetivos numerales ordinales y adjetivos numerales partitivos.

- **Adjetivos determinativos o numerales cardinales**

Indican el número exacto de objetos en una colección o conjunto. Los números se escriben con una sola palabra del cero al treinta y las centenas. Además se estiman como correctos: treinta y uno, treinta y dos … , ciento cinco, mil trescientos setenta y nueve.

Algunas recomendaciones para escribir con cifras:

- Las cantidades que permiten expresar objetos concretos superiores a nueve, ejemplo: 24 bombas, 53 bombones, 201 ovejas.

- Las cantidades concretas, incluidos los números dígitos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) que expresan unidades en un sistema de medida, ejemplo: 25 metros, 12 hectáreas, 167 gramos. Pero en obras literarias los dígitos se expresan con palabras, ejemplo: cinco litros.

- Las cantidades con que se expresan precios, habitantes, número de páginas, apartados, versículos, porcentajes, números de casas, publicaciones periódicas, artículos de códigos, leyes, decretos, disposiciones, figuras, tablas, cuadros de un libro, folios de las páginas.

- Las cantidades que identifican los grados, minutos, segundos; sean geográficos, sexagesimales o centesimales.

- Las fechas: 25 de julio de 2005.

- En obras científicas, técnicas o estadísticas, todas las cifras que expresen magnitudes, medida, cantidades, que indiquen operaciones o participen en la aplicación de fórmulas.

- Los números que se ubican luego de un sustantivo, ejemplo: piso 2, habitación 305, figura 10.

Se escriben con letras:

- Los números dígitos, especialmente en obras literarias.

- Las cantidades dubitativas, aproximadas o inexactas, ejemplo: hubo ciento cincuenta damnificados por el invierno.

- Las cantidades que expresan tiempo, ejemplo. Felicidades por tus quince años de trabajo en esta empresa.

- La numeración que pueda corresponder a conceptos abstractos, ejemplo: telo he dicho más de veinte veces.

- Los números que forman parte de los nombres de las calles y carreras, ejemplo. Las quince bendiciones.

- Las nominaciones numéricas de congresos, encuentros, guerras, imperios, ejemplo. El quinto elemento, cuarto encuentro nacional de educadores, segunda guerra mundial.

- Los números enunciativos, ejemplo. En Antioquia la funlam ha recorrido con uno de sus proyectos treinta y cuatro municipios.

- Las cifras que encabezan un párrafo, un título o vayan después de un punto, ejemplo: Medellín 24 de febrero de 2005.

- **Escritura de las horas**

Se escriben con cifras:

- Cuando indican tiempo invertido en una competición, ejemplo: 2h 40s.

- Cuando indican el momento en que algo ha de realizarse, ejemplo: la presentación de los niños será a las 3:00 de la tarde, es lo mismo que, la presentación de los niños será a las tres de la tarde.

- Los horarios, ejemplo: comenzamos la jornada de la tarde a la 1:30 p.m.

- Cuando indican duración, tiempo transcurrido o requerido, ejemplo: Tendrán dos horas para realizar la actividad propuesta.

- En las obras literarias, textos noticiosos o cualquier otro escrito no específicamente científico, ejemplo: nuestro avión alcanzó a aterrizar a las tres y media de la madrugada.

- **Escritura de las fechas**

Se escriben con cifras:

- Como norma general, las fechas se escriben siempre con cifras, ejemplo: 24 de marzo de 2005, es correcto escribir "en marzo de 2005", pero no es correcto "en 24 de marzo de 2005", ni un 24 de 2005.

- La fecha puede entonces ser escrita de la siguiente manera: 24. 03. 2005, ó 24 – 03 – 2005, ó 24/03/2005, ó 24 03 2005.

Las fechas se escriben con letras en documentos como actas, escrituras públicas, leyes, decretos y otros documentos oficiales, ejemplo: este acto público fue dado en Medellín a los veinticuatro días del mes de marzo.

- **Escritura de los porcentajes**

- Todas las expresiones que indican por ciento y por mil se suelen representar con el símbolo % y 0/00:10%, pero igualmente pueden simbolizarse con las cifras 10 por 100 ó con las letras diez por ciento. Cuando se escribe 10 por ciento ó 10 por 100 ó 10 x 100, se dice que son formas incorrectas de expresión de porcentajes.

- Si las cifras son dubitativas como: alrededor del 20 por ciento de los casos, la escritura más apropiada es con letras (excepto en obras de estadística).

- **Adjetivos determinativos numerales ordinales**

Estos adjetivos señalan el lugar que un objeto ocupa en una serie ordenada en la que participa con otros objetos.

Con cifras arábigas, se escriben los números que indican los articulados de leyes, decretos, reglamentos o normas, como en este caso: regla 5, artículo 3. Igualmente, en bibliografías, notas, los números de las divisiones de los ejércitos, regimientos, compañías, así: 7º pelotón del ayuntamiento ó 5ª promoción de bachilleres ó 3ª edición.

Por otro lado, se escriben con letras los conceptos abstractos, como: es la tercera vez que repito la siguiente instrucción; los números de congresos o reuniones: Tercer congreso internacional de educación matemática, igualmente los números que indican guerras o enfrentamientos violentos: estamos a puertas de la tercera guerra mundial.

- **Adjetivos determinativos numerales múltiplos**

Con estos adjetivos se determinan acciones que tienen que ver con la multiplicación numérica: el triple de 45 es 135 ó el doble de tus caramelos equivale al quíntuplo de los míos.

- **Adjetivos determinativos numerales partitivos**

Indican la fracción o división que ha de realizarse a la unidad o al número que se esté nombrando: un medio, me reservo la quinta parte, son los tres cuartos de cinco mil.

De igual forma, se utilizan como partitivos los números ordinales terminados en ésimo, o los que se expresan como 15/354 que se lee quince sobre trecientos cincuenta y cuatro. A partir del número dos hasta el número cien, la escritura se realiza en una sola palabra: 2/35 que se lee dos treintaicincoavos; desde el 101, en dos o más palabras así: quince trescientos cincuenta y cuatroavo, es decir, se escribe el número cardinal, añadiéndole la terminación avo a la última palabra.

- **Adjetivos determinativos numerales distributivos**

Con éstos adjetivos se expresa la intención de distribución o reparto: ambos, cada, sendos.

- **Números colectivos**

Son aquellos sustantivos que representan como una sola unidad un número determinado. Par, trío, docena, centena, entre otros.

- **Otras recomendaciones al comunicarse con numerales**

o Siga la secuencia: en primer lugar, en segundo lugar, para concluir ó en último lugar.

o El adjetivo ordinal pierde la o, cuando se ubica antes de un sustantivo masculino: este es el primer libro que leo, él es el primer heredero de la dinastía. Esta situación no se presenta cuando el adjetivo ordinal se encuentra antes de un sustantivo femenino: les presento mi primera cana, La primera interpretación que los niños realizarán en público es caperucita roja.

- La o se tilda cuando se encuentra ubicada entre números: creo que tienes 24 ó 26 o tal vez 30 años.

- Cuando se muestran años del calendario, no se indica la coma de la posición miles, pero sí cuando se trata de una cantidad medible: este es el año 2005, en lo que va del año 2005 se han publicado 1,530.oo escritos de autores inéditos. El punto se indica antes de posiciones decimales.

- Cuando se redacta un texto escrito, los números dígitos (del cero al nueve), se escriben con letras. Cuando forman parte de un rango, una categoría, una serie, o cuando se presentan combinaciones con números mayores que nueve, se escribe su símbolo numérico: 5 de 12 son los elegidos para continuar en el proceso de selección. Los niños entre 5 y 7 años por favor ubicarse a mi derecha.

- Otras expresiones consideradas como cardinales son: ningún, ninguna, ambos, ambas: uno de los postulados de Euclides plantea que por un punto pasa una y solo una recta paralela a otra recta dada y ninguno de los puntos entre estas rectas es común a ambas. Una relación que existe entre el cuadrado y el rectángulo es que ambos cuadriláteros son rectángulos.

- **Los determinantes indefinidos**

Los determinantes indefinidos se utilizan para señalar que se desconoce lo cantidad exacta de elementos correspondientes a lo que se nombra y se ubican antes del nombre de dichos elementos: varios de los implicados se encuentran hoy aquí, todo lo anterior lo aseguro como verdadero, los demás son los responsables del acto de ayer.

Sus formas más importantes son:

Un	Bastante	Semejante	Abundante	Cualquier
Otro	Mismo	Todo	Mucho	Cualesquier
Varios	Idéntico	Tanto	Diferente	Algún
Poco	Demasiado	Más	Cierto	Parecido
Igual	Distinto	Menos	Demás	Cada

- **El modo correcto de escribir y leer numerales.**

Se presentan a continuación en una tabla tomada del diccionario de ortografía de la lengua española de José Martínez de Sousa[15], los símbolos y escritura más significativos en matemática. Los cuales son de importante y necesario conocimiento, sobre todo, para aquellos educadores que desarrollan sus prácticas en los niveles de preescolar hasta el grado tercero de básica, ya que se espera que al finalizar este primer ciclo, los estudiantes puedan leer y escribir números con cualquier cantidad de cifras.

Cifra	Cardinal	Ordinal	Múltiplo	Partitivo	Colectivo
1	Uno	Primero			
2	Dos	Segundo		Mitad	Par
3	Tres	Tercero	Triplo - triple	Tercio	Terna
4	Cuatro	Cuarto	Cuádruplo	Cuarto	Cuarteto
5	Cinco	Quinto	Quíntuplo	Quinto	Quinteto
6	Seis	Sexto	Séxtuplo	Sexto	Sexteto
7	Siete	Séptimo	Séptuplo	Séptimo	Septeto
8	Ocho	Octavo	Óctuplo	Octavo	
9	Nueva	Noveno	Nónuplo	Noveno	Novena
10	Diez	Décimo	Décuplo	Décimo	Decena
11	Once	Undécimo o Decimoprimero	Undécuplo	Onceavo	
12	Doce	Duodécimo o decimosegundo	Duodécuplo	Doceavo	Docena
13	Trece	Decimotercero	Terciodécuplo	Treceavo	
14	Catorce	Decimocuarto	Catorce veces	Catorceavo	
15	Quince	Decimoquinto		Quinceavo	Quincena
16	Dieciséis	Decimosexto		Dieciseisavo	
17	Diecisiete	Decimoséptimo		Diecisieteavo	
18	Dieciocho	Decimoctavo		Dieciochoavo	
19	Diecinueve	Decimonoveno		Diecinueveavo	
20	Veinte	Vigésimo		Veinteavo	
21	Veintiuno	Vigésimo primero		Veintiunavo	
22	Veintidós	Vigésimo segundo		Veintidosavo	
23	Veintitrés	Vigésimo tercero		Veintitresavo	
24	Veinticuatro	Vigésimo Cuarto		Veinticuatroavo	
25	Veinticinco	Vigésimo Quinto		Veinticincoavo	
26	Veintiséis	Vigésimo		Veintiseisavo	

[15] Ibid.

		Sexto			
27	Veintisiete	Vigésimo séptimo		Veintisieteavo	
28	Veintiocho	Vigésimo Octavo		Veintiochoavo	
29	Veintinueve	Vigésimo noveno		Veintinueveavo	
30	Treinta	Trigésimo		Treintavo	Treintena
31	Treinta y uno	Trigésimo primero			
40	Cuarenta	Cuadragésimo			Cuarentena
41	Cuarenta y uno	Cuadragésimo Primero			
50	Cincuenta	Quincuagésimo			Cincuentena
51	Cincuenta y uno	Quincuagésimo Primero			
60	Sesenta	Sexagésimo			
70	Setenta	Septuagésimo			
80	Ochenta	Octogésimo			
90	Noventa	Nonagésimo			
100	Cien	Centésimo	Céntuple - céntuplo		Centena
101	Ciento uno	Centésimo primero			
200	Doscientos	Ducentésimo			
300	Trescientos	Tricentésimo			
400	Cuatrocientos	Cuadringentésimo			
500	Quinientos	Quingentésimo			
600	Seiscientos	Sexcentésimo			
700	Setecientos	Septingenté-simo			
800	Ochocientos	Octingenté-SIMO			
900	Novecientos	Noningenté-simo			
1000	Un mil ó Mil	Milésimo			millar
10^6	Un millón ó millón	Millonésimo			
10^{10}	Diez mil millones	Diezmilmilloné-simo			
10^{12}	Un billón ó billón	Billonésimo			
10^{18}	Un trillón ó trillón	Trillonésimo			
10^{24}	Un cuatrillón o cuatrillón	Cuatrilloné-SIMO			
10^{66}	Undecillón	Undecilloné-SIMO			

- **El adjetivo calificativo**

Por ser el adjetivo calificativo una cualidad del sustantivo, se presentan en él diversos grados de intensidad en su relación con el objeto al que se refiere. Puede ser entonces, de tres tipos: positivo, superlativo o comparativo.

- Si el adjetivo calificativo es positivo, indica una cualidad o condición del sustantivo: hombre alto, escalera larga, camino malo, niño pequeño, caja gruesa.

- Si el adjetivo calificativo es comparativo, indica una confrontación en términos de comparación: grueso, delgado, largo, corto, grande, pequeño.

- Si el adjetivo calificativo es superlativo, indica la significación máxima del positivo y para ello existen tres formas:

  - ✓ Se antepone al positivo el adverbio muy o se utilizan los superlativos óptimo, pésimo, mínimo, máximo, ínfimo, supremo.

  - ✓ Se agrega al positivo la desinencia ísimo, y en algunas oportunidades, la desinencia érrimo, así: habilísimo, celebérrimo, secretísimo, pequeñísimo, paupérrimo, antiquísimo, sapientísimo, ubérrimo.

  - ✓ Se emplea el superlativo relativo, el cual se forma anteponiendo al positivo las expresiones: sumamente, extremadamente, entre otras.

- **Manejo de la negación**

El adverbio NO es la expresión más usada para negar, precede al verbo o la acción a menos que haya entre ambos un pronombre complementario. El NO se sobreentiende cuando hay una de las palabras, frases u oraciones de las cuales se sirve el emisor para corroborar la negación como: nadie, jamás, alguno.

Hay emisiones de mensajes positivos en su origen, que se vuelven negativos cuando el NO va antes del verbo. Por lo anterior en la lengua castellana, dos negaciones no afirman cuando va el verbo entre ellas, y que tres o más, puedan remplazarse por una sola:

Yo no he visto jamás nada igual = nada igual he visto.

No hay nada en mis bolsillos = Nada tengo en mis bolsillos.

No volveré allí jamás.

No hay quien no te quiera = todos te quieren.

En el planteamiento por ejemplo de situaciones problema en matemática, es muy importante tratar de utilizar antónimos en la negación, así no quede la sensación de haber negado. Lo importante es asegurarse que el significado de lo expresado es totalmente opuesto:

P: 8 es par.

-P: 8 no es par.

-P: 8 es impar.

Porque decir que 8 no es par, equivale a expresar que 8 es impar-

Con respecto a los antónimos se puede apreciar en la tabla siguiente[16] algunos usados en las propuestas de situaciones problema para los estudiantes:

Derecho – torcido	Suave – áspero
Arriba – abajo	Mayor – menor
Alto – bajo	Todo – nada
Vida – muerte	Vacío – lleno
Plano – sinuoso	Blanca – Negro
Sumar – restar	Más – menos
Multiplicar – dividir	Par – impar
Conjunto - disjunto	Mucho – poco

[16] Ibid.

- **Las palabras y sus tildes**

En matemática, es propio desarrollar procesos de construcción de conocimiento a partir de la presencia de situaciones problema, en las actividades que desarrollan los estudiantes. Todas ellas van acompañadas de preguntas que deben abrirse y cerrarse con el respectivo signo de puntuación, además es conveniente tener presente para que la pregunta quede bien formulada y no genere confusión en los estudiantes, que el pronombre interrogativo va al principio.

¿Cuánto cuestan 5 cuadernos a $3,500 la docena?

¿Cuál es el número que sumado consigo mismo da cuatro?

¿De cuántas maneras pueden sentarse 3 personas en 3 sillas?

¿Cuál personaje en el cuento que acabamos de leer es el más alto?

¿Cuántos osos hay en la imagen que tienen en frente?

- **Concordancia**

Se entiende por concordancia, la correspondencia entre género y número que existe en las diferentes partes de la oración. Es muy común en el momento de presentar a los estudiantes situaciones problema, que haga falta concordancia entre el sujeto y el verbo y entre el sustantivo y su respectivo adjetivo.

Un caso especial que se presta para dudas es el de nombres colectivos y partitivos: gente, grupo, mayoría, rebaño, multitud, profesorado, mitad tercio; para estos casos, es aceptada la concordancia en plural, aunque suena mejor en singular: la mitad de los instrumentos musicales están en buen estado = la mitad de los instrumentos está en buen estado.

Con los sujetos largos se presentan dos errores. El primero es el olvido de la conclusión de la frase y el segundo es la falta de concordancia:

- La figura que se observa en el tablero, a la que además, se le dibuja la bisectriz, es nombrada con letras mayúsculas, y hace parte de la construcción de conocimientos de los ángulos en geometría del grado tercero.

- Los cuadriláteros como el rectángulo que tienen cuatro ángulos de 90º llamados rectos, es uno de los más importantes en la construcción de grandes ciudades, tal como lo muestra la imagen que observan en este momento.

- En la siguiente tabla se muestra el uso incorrecto y el uso correcto de alguno apartes de situaciones problema[17]

Uso correcto	Uso incorrecto
Homogeneizar, heterogeneizar	Homogenizar, heterogenizar
Con dirección norte	En dirección norte
De acuerdo con	De acuerdo a
Con base en. Sobre la base	Con base a
Habemos treinta	Hay conmigo treinta
Bajo ese punto de vista	Desde ese punto de vista
A nivel educativo	En el ámbito educativo
Niños y niñas buenos	Niños y niñas buenas
Una caja que contiene libros	Una caja conteniendo libros
¿Cuánto les debe a sus padres?	¿Cuánto le debe a sus padres?
Se sentó al computador a escribir	Se sentó en el computador a escribir
Cayó en la cuenta	El cayó en cuenta
Mientras más tarde sea mejor	Entre más tarde sea, mejor
Grafique	Dibuje el gráfico
Siéntense, vámonos, digámosle	Sientesen, vámosnos, digámole
La suma de dos números cualesquiera	La suma de dos números cualquiera
Un pedazo rectangular de cartón	Un pedazo de cartón rectangular

La irregularidad en la construcción de enunciados fue clasificada por el español Antonio Lebrija en 1492 y posteriormente en la Gramática General y Razonada de Port – Royal en 1660; según esta última, las figuras de construcción son:

- **Silepsis**. En ésta se establece la concordancia según el pensamiento y no según las palabras del discurso: el conjunto de cuadriláteros tienen la misma propiedad. En el ejemplo, el sujeto es singular

[17] Ibid.

mientras que el verbo es plural, porque se atiende no a la forma sino al contenido conceptual.

- **Elipsis**. En ella remiten una o más palabras en una misma oración, sin que por ello pierda claridad ni sentido. La coma debe ubicarse en el lugar donde se suprime la palabra: María tiene ocho juguetes; yo, diez. El verbo elíptico es tiene.

- **Pleonasmo.** Implica las formas de hablar que presentan alguna palabra de más que no es necesaria.

- **Hipérbaton.** Consiste en invertir el orden natural del discurso.

- **La conjunción**

La conjunción en matemática implica la intersección de uno o varios conjuntos; vista desde el lenguaje, implica la unión de los miembros semejantes de una frase, bien sean complementos, palabras o proposiciones, se encuentra en diversas situaciones.

- **Adición:** y, también, además, más, aún, agregando a lo anterior, por otra parte.

- **Contraste o adversativas:** pero, inversamente, a pesar de, sin embargo, por el contrario, aunque, no obstante, en otro sentido.

- **Causa/efecto:** porque, en consecuencia, de ahí que, puesto que, por lo tanto, de modo que, por eso.

- **Tiempo:** después, antes, entre tanto, en adelante, posteriormente, simultáneamente.

- **Ampliación:** por ejemplo, en otras palabras, es decir, así, o lo que es lo mismo.

- **Comparación:** del mismo modo, igualmente, de la misma manera, así mismo, de igual modo.

- **Énfasis:** sobre todo, lo que es más, repetimos, es decir, lo que es peor, ciertamente.

- **Resumen o finalización:** finalmente, en suma, en conclusión, para terminar, para concluir.

- **Orden:** primeramente, seguidamente, en primer lugar, y por último, en segundo lugar.

- **Cambio de perspectiva:** por otra parte, por el contrario, en otro sentido, en contraste con.

Los anteriores son algunos ejemplos de manejos de la conjunción y sus distintos contextos, es importante hacer énfasis en estos elementos del lenguaje porque gran parte de los errores más comunes que cometen los educadores matemáticos, radican en el uso adecuado del lenguaje tanto oral como escrito, lo que implica que los procesos lógico matemáticos se ven obstaculizados por esta razón. La idea es lograr que se puedan enriquecer tanto los procesos de pensamiento lógico matemático como los procesos de pensamiento lingüístico.

- **Prefijos utilizados en matemática**

A continuación se presentan algunos de los prefijos griegos y latinos más utilizados en matemática, con su respectivo significado, en la Universidad de Antioquia es posible encontrar al profesor Orlando Monsalve quien ha recreado procesos de construcción de conocimiento a partir de su etimología.

Latinos	Griegos
Bi – bis: dos	Anti: contra
Equi :igual	Cine: movimiento
Multi: muchos	Cosmo: mundo
Retro: hacia atrás	Deca: diez
Semi. Medio	Dia: a través
Macro. Grande	Exo: fuera
Meso: medio	Ciclo: circular, con ruedas
Micro: pequeño	Epi: encima, junto a
Mono: uno, únicos	Poli. Varios
Para: junto, al lado de	
Peri: al rededor	

- **Las etimologías**

Atender los orígenes griegos o latinos en la formación de conceptos matemáticos garantiza la condición de universalidad del lenguaje matemático y elimina cualquier tipo de ambigüedad. Para un educador matemático es muy pertinente tener claridad de las raíces de las palabras que ha de definir, en geometría es por ejemplo valiosísimo cuando se estudian polígonos, que el estudiante pueda descomponer palabras y plantear su significado, ejemplos[18]:

Polígono: Poli = varios, gonos=ángulos, Figura de varios ángulos
Heptágono: Repta = siete, gonos=ángulos, Figura de siete ángulos
Ortogonal: Ortos=perfecto, gonos=ángulos, Que forma ángulos perfectos
Poliedro: Poli=varios, hèdra=base, Que tiene varias bases

Otros ejemplos:

Perímetro; Peri=alrededor	metro=medida	Medida de un entorno
Isósceles: Isos=igual	scelos=pierna	Que tiene dos piernas iguales
Alícuota: Del gr.	Alicuot=cierto número	Una de las partes iguales de un todo
Asteroide: Del gr. Aster=estrella	y eidos=figura	Figura con forma de estrella
Asíntota: Del gr.	Asymptotos=que no coincide.	Recta que se acerca a una curva sin llegar a tocarla
Paralela:Del gr.parallelos	y para=junto a	Rectas que nunca se cortan

[18] Ibid.

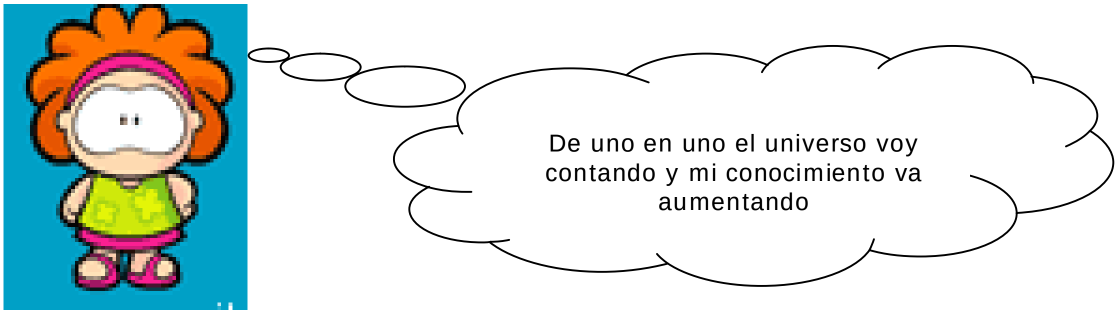
Cateto: Del gr.	Catetos= perpendicular	Lado del ángulo recto en e triángulo rectángulo
Cero: Del árabe	Sifr=vacío	Módulo de la suma
Circunferencia: Del lat. Circumferre;	ferre=llevar, circuí=alrededor	Conjunto de puntos equidistantes de un centro

- **Para concluir**

Considerar el trabajo que implica el Aprestamiento de la Lógica Matemática en el nivel preescolar y en los tres primeros grados de la educación básica, permite reconocer la cercanía no tan inocente del desarrollo del pensamiento lingüístico. Con el avance en esta primera unidad, es hora de disponerse a entrar en materia de números con la ayuda del pensamiento numérico y todo lo que este potencia en el proceso de construcción de procesos lógico matemáticos.

UNIDAD 2. PENSAMIENTO NUMÉRICO

CAPÍTULO 1. LA NOCIÓN DE NÚMERO



1. GENERALIDADES

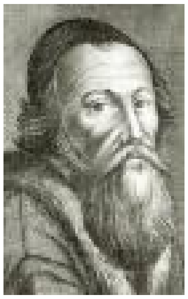
El fin último de la aritmética, es el desarrollo del conocimiento de las relaciones cuantitativas y la habilidad para resolver situaciones problema relativas a los números.

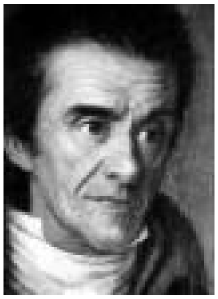
Antiguamente, los primitivos se valieron de los objetos a su alcance -piedras, guijarros- y de los dedos de las manos para contar y representar la cantidad. Gracias a Pitágoras se lograron separar los números (como representaciones mentales) de las cosas numeradas y posteriormente se facilitaron las operaciones con la creación del ábaco o contador.

El sistema de cálculo que utilizó los ábacos, se llamó abacismo, este se encontraba basado en la numeración romana y servía para resolver operaciones con cantidades grandes y aminorar las dificultades de ese sistema de numeración. La implantación del algoritmo significó un gran progreso, gracias a este se pudieron determinar los dos valores de un número, el primero el valor del número en sí o valor absoluto y el segundo el valor del número de cuerdo a su posición o valor relativo. Con ello se determinó que toda cifra colocada a la derecha disminuye diez veces de valor y toda cifra en la posición contraria aumenta en la misma proporción.

La creación del cero cubrió una gran necesidad, puesto que el cero no pertenece al conjunto de los números naturales, este comienza con el uno y continúa avanzando sumando uno más para obtener el siguiente hasta una cantidad de veces tan grande que se considera infinita no numerable.

Puede considerarse a Comenio como quien da comienzo a una enseñanza intuitiva de la matemática, ya que en su didáctica magna, plantea la utilización de elementos concretos para la comprensión del concepto de número; pero es Pestalozzi quien da comienzo a una revolución metodológica, al plantear una organización sistemática de la enseñanza de la matemática.


Comenio


Pestalozzi

Pestalozzi creó tablas para enseñar los números y para dar ideas de fracción, estas consistían en un cuadrado dividido en 100 casillas o cuadrados. En la primera línea se dibujaba un trazo vertical; en la segunda, dos; en la tercera tres y así sucesivamente. El educador mostraba los trazos y decía el nombre del número que le correspondía y hacía que sus estudiantes contaran. Además con estas tablas, preparaba las nociones de adición y sustracción. Este sistema se basó en el principio de intuición.

Frente a este tipo de metodologías, saltaron algunos contradictores, quienes propusieron unos el método de la sensibilización de los números, y otros el método de la puntuación rítmica del contar; ambos se complementan porque, el primero no permite ser aplicado sin contar y el segundo sensibiliza los números con movimientos y golpes.

En 1842, Grube introdujo el estudio monográfico de los números donde cada número se compone y descompone, y se practican con él las cuatro operaciones básicas. El gran valor de esta propuesta radica en hacer accesibles los conocimientos, al ofrecer datos intuitivos y concretos.

Actualmente se consideran errados los criterios que constituyen la didáctica intuitiva, la crítica se centra en:

- La presentación de una aspecto de la realidad no resuelve el problema del aprendizaje.

- Es ingenuo creer que de la observación física, y aún de la experimentación puede seguir la noción matemática.

- El estudiante no es un ser pasivo que recibe la orientación del educador.

- Con este sistema el estudiante no alcanza a comprender la estructura del conjunto.

- El estudiante se encuentra expuesto a cometer errores absurdos, porque solo ha adquirido un hábito que hace referencia a los símbolos.

- La idea es que los estudiantes puedan hacer evidentes las relaciones.

2. EL CONCEPTO DE NÚMERO

El niño adquiere las primeras nociones aritméticas antes de lo que normalmente piensa el adulto y, en todo caso, antes de que comience a realizar sus primeros pasos en el uso de los numerales convencionales. Actualmente se reconoce que el conocimiento numérico, se manifiesta a temprana edad, sobre todo en lo que respecta a la percepción numérica y la construcción de correspondencias, incluso, algunos autores plantean que este conocimiento es innato, natural a la especie.

En lo que respecta a la discriminación de la numerosidad, hay quienes afirman que los neonatos son capaces de discriminar entre dos y tres objetos, pero no entre cuatro o seis, lo que sugiere en conclusión, que los recién nacidos poseen la habilidad de abstraer la invarianza numérica con conjuntos pequeños. No obstante hay investigaciones más convincentes que indican que los bebés de cuatro meses aproximadamente, efectivamente si reconocen este tipo de invarianzas.

No obstante, las tareas ordinales parecen más complejas para los niños y solo hasta el año y medio aproximadamente parecen incapaces de estimar numerosidad relativa, es decir, la relación ordinal existente entre dos conjuntos diferentes. Más o menos entre los 14 y 15 meses, el niño es capaz de detectar la relación más que y menos que. Estudios realizados en la década de los ochentas y noventas, han planteado que la habilidad para construir correspondencias entre colecciones de objetos aflora durante el segundo año de vida del niño, igualmente emergen los primeros intentos de conteo, al usar con frecuencia los nombres convencionales de los primeros números en situaciones por lo general familiares par él. Sí se acercan a los dos principios fundamentales del conteo: por una parte el principio de correspondencia uno a uno, que se manifiesta en la asociación numeral – objeto, y por otra, el principio de orden estable, que supone el mantenimiento del mismo orden en la secuencia de numerales.

En el tercer año poco a poco se va haciendo presente el principio de cardinalidad, pero su completa adquisición puede requerir un período mayor de tiempo. El desarrollo del conocimiento aritmético se comienza también muy pronto, a los dos años, los niños representan los efectos producidos por las acciones aditivas o sustractivas, al añadir o retirar un objeto de conjuntos pequeños en cantidad de objetos; los niños de tres a cinco años utilizan frecuentemente procedimientos de conteo para solventar problemas de adición.

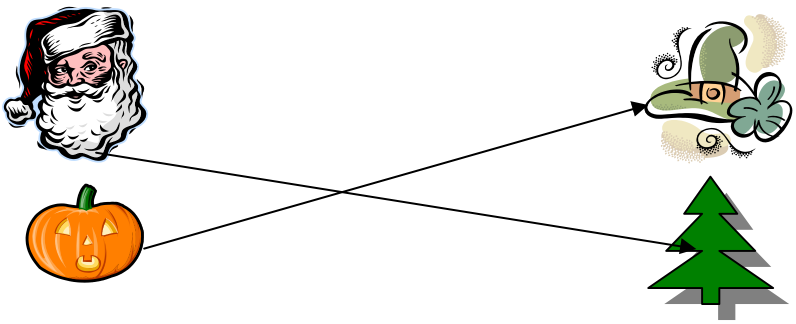
Piaget y Szeminska, en su texto la génesis del número en el niño plantean como hipótesis principal, que la construcción del número es correlativa al desarrollo de la lógica misma. Los pilares del concepto piagetano de número, son eminentemente lógicos y por lo tanto, poco o nada tienen que ver con los cálculos o cómputos que el niño aprende de memoria en sus primeros años de escolaridad. La memorización de los cálculos aditivos o sustractivos, supone la comprensión de los conceptos básicos subyacentes.

La conservación y la correspondencia uno a uno, son los pilares básicos para la comprensión del concepto de número. La primera, porque el número es inteligible en la medida en que permanece idéntico a sí mismo y porque todo conocimiento, tal como lo planten Piaget y Szeminska, supone un sistema implícito o explicito de principios de conservación: un conjunto y las operaciones realizadas en su interior son concebibles en la medida en que se conserva el total, sean cuales fueren las relaciones entre sus elementos. Y la correspondencia porque constituye el cálculo más simple para determinar la equivalencia de los conjuntos.[19]

---

[19] BERMEJO, Vicente. El niño y la aritmética. Ed. Paidós: España, 1990.

Para la conservación es pertinente trabajar con cantidades continuas (líquidos) y con cantidades discretas (cuentas, chaquiras, pastas) para suscitar comparaciones entre recipientes y las cantidades allí ubicadas y entre las longitudes de collares formados con las piezas, al estilo de las experiencias de Piaget. Con respecto a la correspondencia, es habitual realizar apareamientos donde los niños deben ubicar un objeto con otro que provoca correspondencia.



3. LA CORRESPONDENCIA UNO A UNO

La correspondencia uno a uno se identifica con el aspecto cardinal del número y como componente del conteo, se coordina con otro aspecto importante: la secuencia de elementos ordenados. En la experiencia del conteo la correspondencia uno a uno no permite asegurar que dos conjuntos son equivalentes, sino que permite garantizar, que a partir de su aplicación correcta, el conjunto de objetos físicos que han sido contados es equivalente al conjunto de numerales (más abstracto) que el sujeto ha ido produciendo a lo largo del conteo.

Si junto con la experiencia uno a uno se aplica, correctamente una secuencia ordenada estable y el principio de cardinalidad, es decir, si el último numeral empleado en el conteo no solo sirve para etiquetar al último elemento del conjunto físico, sino que también representa a todos los elementos del conjunto; el resultado del procedimiento del conteo y no la correspondencia uno a uno en forma aislada, permite:[20]

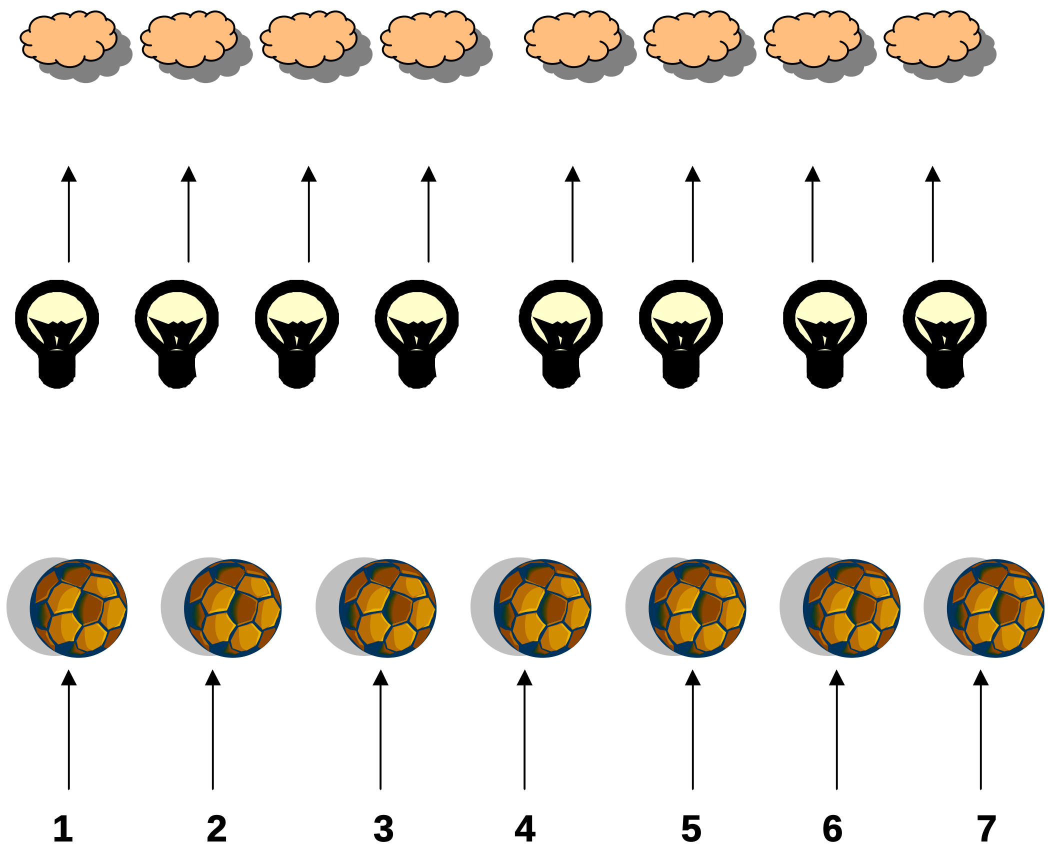
- Resolver situaciones de cuantificación relativa, es decir, determinar si entre dos conjuntos existe una relación de equivalencia o de orden –

[20] Ibid.

uno es mayor o menor que el otro – mediante la contrastación de los cardinales de ambos conjuntos.

- Conocer la respuesta buscada en una situación de cuantificación en términos absolutos, esto es, indicar el valor cardinal de un conjunto.

En el siguiente gráfico, se muestra la correspondencia entre dos conjuntos de objetos físicos y luego la correspondencia entre objetos físicos de un conjunto y los elementos abstractos de la secuencia de numerales



4. LA SECUENCIA DE NUMERALES

Los niños desde temprana edad son capaces de diferenciar los números de cualquier otra lista ordenada de elementos como por ejemplo el alfabeto. Durante el momento de la adquisición del concepto de número, se realiza el aprendizaje de la secuencia convencional, y el niño comienza a aplicarla en el procedimiento del conteo.

El proceso de adquisición de la secuencia de los veinte primeros numerales de la secuencia convencional es básicamente una tarea de aprendizaje serial, así como la adquisición del 20 al 100, pero en este caso el aprendizaje hace referencia a un patrón que se repite. En esta construcción de conocimiento, las porciones de numerales están compuestas de tres tipos diferentes de elementos: (1) series compuestas de dos a cinco numerales contiguos de la secuencia convencional, por ejemplo: dieciséis, diecisiete, dieciocho; o veintiuno, veintidós, veintitrés. (2) Series también de uno a cinco numerales en orden convencional pero, con omisiones, por ejemplo: doce, catorce, diecisiete. (3) Numerales que no guardan ninguna relación.[21]

Además estas secuencias se producen siempre en un sentido creciente, además cada término de la secuencia puede utilizarse para recordar el término inmediatamente anterior o el inmediatamente posterior, es decir, los últimos elementos de la frase de elaboración constituyen una cadena asociativa. El período de elaboración de este proceso, según algunos autores, puede subdividirse en cinco niveles:

- El nivel de hilera, en el que los numerales no son objeto de reflexión y solo pueden emitirse ordenadamente.

- El nivel de cadena irrompible, durante el cual los numerales se convierten en objetos de reflexión, se ha iniciado el proceso de diferenciación.

- Nivel de cadena fragmentable, momento en que las partes de la secuencia pueden emitirse comenzando a partir de cualquier punto de la secuencia de numerales, en vez de tener que comenzar en todo momento por el primer elemento.

- Nivel de cadena numerable, en este momento, los numerales alcanzan un grado mayor de abstracción y se convierten en unidades que pueden contarse.

[21] Ibid.

- Nivel de cadena bidireccional, en el que se supone la culminación de la cadena de elaboración porque los numerales se emiten con gran facilidad y flexibilidad en cualquier dirección (creciente o decreciente).

5. PRINCIPIO DE CARDINALIDAD

Este es el último de los tres que integran los principios de cómo contar, los dos que le preceden: correspondencia uno a uno y orden estable, se refieren a la selección y aplicación de etiquetas a los objetos de un conjunto. El tercero asigna un significado especial a la última etiqueta empleada durante el procedimiento del conteo, de tal forma que esta, representa además el conjunto como un todo, es decir, significa el cardinal del conjunto.

Los criterios empleados para evaluar si un niño sigue o no el principio de cardinalidad son:[22]

- Repetir el último numeral luego de haber etiquetado todos los elementos del conjunto, por ejemplo: uno, dos, tres, cuatro, cinco, ¡cinco¡

- Poner un énfasis especial al pronunciar el último numeral.

- Si luego de haber contado los elementos de un conjunto, no vuelve a contarlos cuando se le presenta nuevamente el conjunto, es decir, responde inmediatamente con el cardinal obtenido en el primer encuentro con el conjunto.

- Determina el cardinal del conjunto sin dar muestras de haber contado previamente.

[22] Ibid.

6. ¿CÓMO CONSTRUIR, ENTONCES, EL CONCEPTO DE NÚMERO EN LOS ESTUDIANTES?

El niño comienza su proceso de construcción de conocimiento a partir de su entorno inmediato y las relaciones que establece con él desde la necesidad, la utilidad, la fantasía, es decir, desde el juego. Paulatinamente, el niño se apropia de las propiedades de los objetos, según Bruner dichas características llegan al niño a partir de la percepción, y es a partir de esta que el niño logra identificar y reconocer en el objeto que ha percibido al representante de una clase, por ejemplo: esto es una pelota (forma, color, textura). Por lo tanto, las actividades propuestas en el nivel preescolar deben estar altamente dotadas de múltiples modalidades perceptivas.

Es importante entonces en este apartado, recordar la sugerencia de trabajar con objetos discretos y objetos discontinuos. Con los objetos discretos el niño alcanza a desarrollar procesos de pensamiento que le llevan a la clasificación y a la seriación. Algunos de ellos pueden ser: tapas, chaquiras, palitos, aros, monedas, letras.

Algunos objetos continuos pueden ser por su carácter de moldeables: la arcilla, la plastilina, la arena, el aserrín y el agua. Con ellos el niño estira, acorta, envuelve, cubre vacía, traspasa, desarma, y arma. La idea en cualquiera de los casos es diseñar inicialmente estrategias de tipo perceptivo, para luego promover las comparaciones cuantitativas. Algunas situaciones son:[23]

- **Reconocimiento de espacios**

El niño construye espacios perceptibles mediante el contacto con los cuerpos y a través de una gran cantidad de movimientos, en estos diseños se han de promover procesos que permitan diferenciar los espacios abiertos de los cerrados, los públicos de los privados, los objetos que se encuentran dentro de, por fuera de y en la frontera de. Para ello su habitación, su casa, la unidad donde viven, el preescolar, la escuela o el colegio, son lugares adecuados. Estas experiencias luego

[23] Actividades tomadas y adaptadas para este Módulo de: MESA BETANCUR, Orlando. Criterios y estrategias para la enseñanza de las matemáticas. Medellín: Centro de pedagogía participativa, 1994.

han de ser enriquecidas con rondas, juegos y dibujos de estos espacios y estas actividades.

- **Identificación y diferenciación de formas geométricas**

A partir de los objetos regulares disponibles en el entorno cercano, se pregunta a los niños por otros objetos parecidos, se exploran desde los sentidos: tacto, olfato, vista, y se recurre a los recuerdos de los niños evocando experiencias previas.

Los niños deben palpar los objetos con los ojos abiertos y cerrados, para que logren diferenciar las características de las superficies respectivas como: existencia de curvas, aristas, vértices ángulos, extensión, semejanzas. Luego, deben pasar a elaborar los objetos recurriendo a materiales como: plastilina, arcilla, barro, masa casera, entre otros y, si es posible, sería de gran ayuda contar con moldes.

Como aún no es posible que el niño corte a la perfección las figuras, es importante que tenga los recortes necesarios de manera que pueda recurrir a ellas cuando lo requiera. Una vez familiarizado con los objetos, es hora de avocar a la creatividad del niño para que represente algo o cuente una historia con las representaciones en silueta que se tienen de los objetos.

Si además, se le propone reconstruir algún objeto a partir de sus partes y logra hacerlo, esta será una muestra de la cualificación de las actividades representativas, debido a la exigencia de una mayor atención por parte del niño.

- **Reconocimiento de las relaciones temporales**

La percepción del tiempo está unida a los cambios que suceden en el entorno, al niño se le ayuda a construir la percepción del tiempo en el momento en que cuenta, dibuja o lleva fotografías de acontecimientos de su vida. Igualmente pueden hacerse rondas o juegos que indiquen un orden.

Ahora no se deben olvidar las actividades que relacionan la rapidez con el espacio y el tiempo, en las cuales se presentan varios casos:

- o Distancia constante, para recorrerla a diferentes velocidades.
- o Distancia variable, para recorrerla a la misma velocidad.
- o Distancia variable, para recorrerla a velocidad variable.

Algunas lecturas que hagan referencia a hechos históricos, o videos, pueden dar origen a conversatorios que permitan ordenar los acontecimientos. Igualmente la realización de actividades con duración variable ayuda a la percepción del tiempo.

7. LA COMPARACIÓN CUANTITATIVA ENTRE CONJUNTOS

El niño del nivel preescolar en cuanto al pensamiento cuantitativo se refiere, alcanza a reconocer un conjunto con más o menos elementos que otro, aprecia las grandes diferencias y apenas si se acerca a las semejanzas. La comparación, la evidencia en el momento en que establece relaciones uno a uno entre los elementos de dos conjuntos.

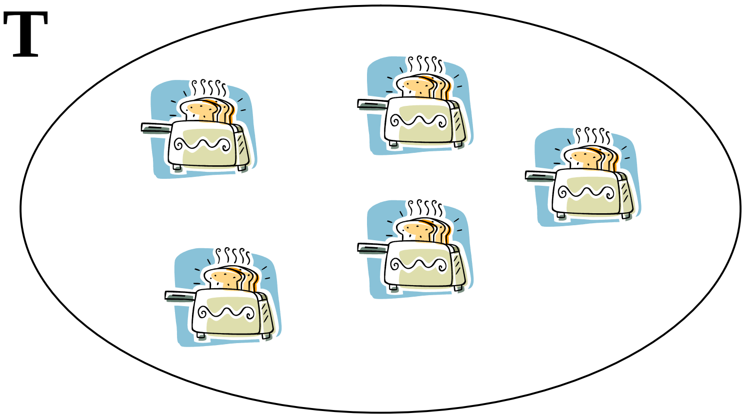
Alcanza a evidenciar que un conjunto puede tener tantos objetos como otros y simultáneamente al principio de cardinalidad aparece el de ordinalidad del número, es decir, que advierte que un conjunto puede tener en un momento dado más elementos que otro pero que es más pequeño en cantidad de objetos si se compara con otro más grande.

Ahora bien, para que el niño acceda a la comprensión del número como concepto matemático, es importante que haya alcanzado cuatro representaciones básicas: la invarianza del número, el reconocimiento de las relaciones de mayorancia (>) y minorancia (<), el esquema aditivo matemático y el esquema multiplicativo matemático.

8. LA INVARIANCIA DEL NÚMERO

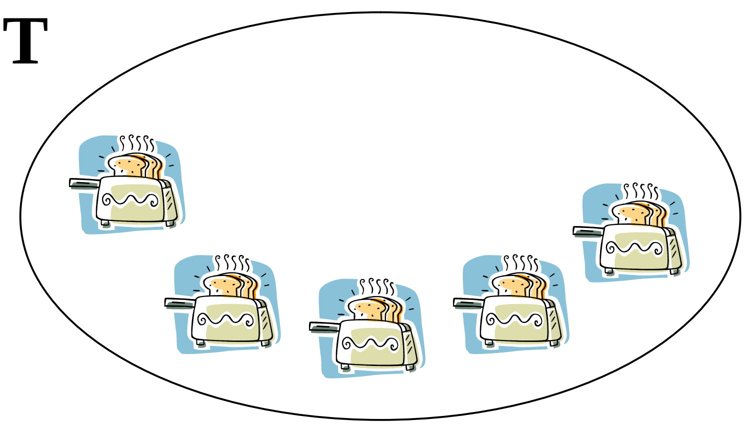
Reconocer que un número representa la misma cantidad de objetos, no importa el orden y ocupación en el espacio, es el primer gran logro en la construcción del concepto de número.

T



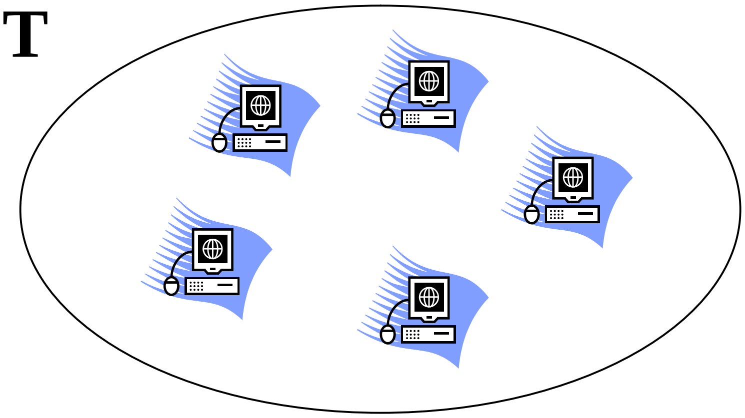
Si el niño logra identificar, no importa el orden del conteo que la cantidad de elementos del conjunto es 5 y que el cardinal del mismo conjunto es 5 ha logrado la comprensión del concepto de cardinalidad.

T



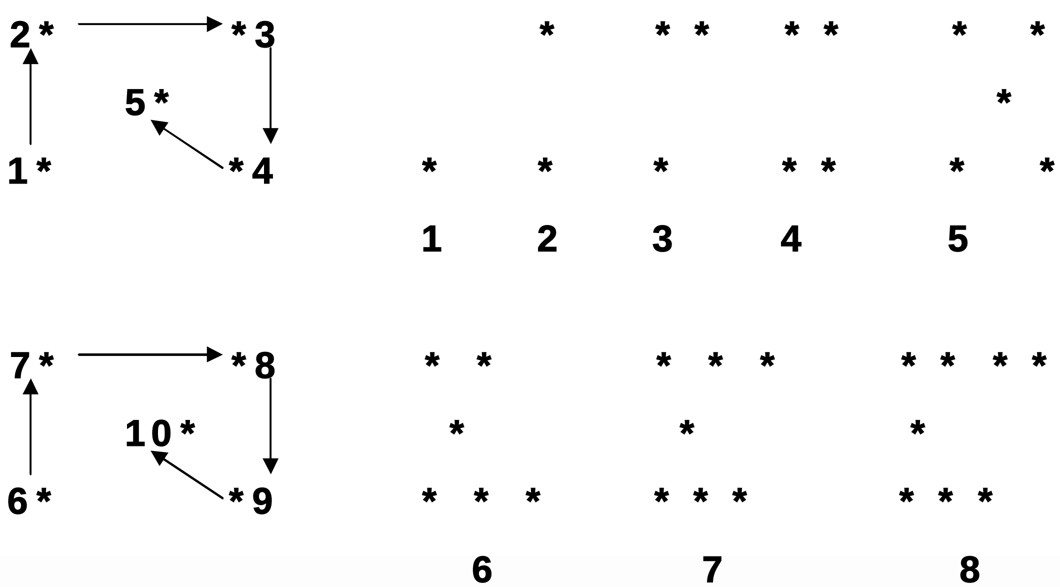
Y si, además, conserva esta misma idea luego de presentar los elementos del conjunto en diferente orden, entonces puede afirmarse que el niño logra conservar la cantidad como invariante frente al orden y frente a la distribución espacial.

T



Igualmente si logra identificar el cardinal 5 en otro tipo de conjuntos con igual cantidad de elementos y diferente forma, color, textura, o clase de elementos que contengan entonces se ha dado un paso más adelante en la comprensión del concepto de número.

Es importante iniciar el trabajo de reconocimiento del número con organizaciones muy particulares de los elementos concretos con los que se trabaja con el niño, se sugiere que el modo de presentación sea el siguiente:



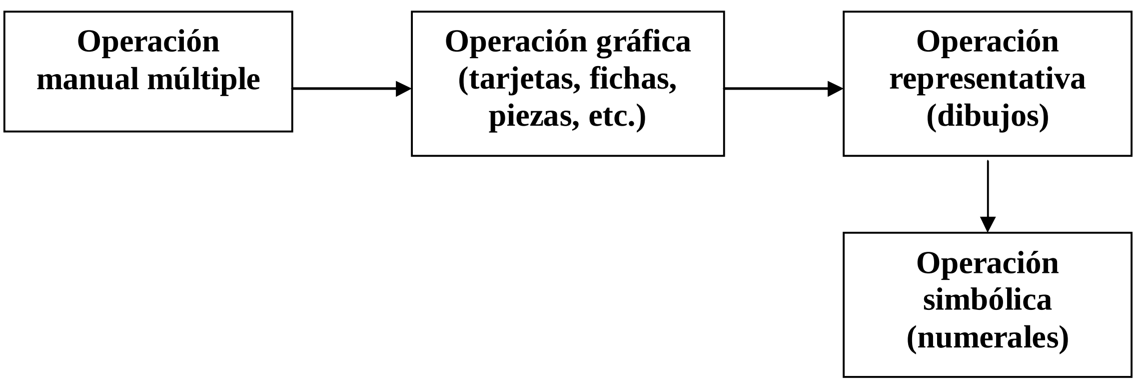
* * * *   * * * *

*   *   *

* * * *   * * * *

9   **10**

La sencillez del material y la uniformidad del mismo, ayuda a configurar unidades totalmente idénticas e intercambiables. Este tipo de representaciones de los números como constelaciones llevadas a cabo mediante el diseño de una actividad de clase, es necesario acompañarlas del nombre y el numeral o símbolo que representa su cardinal, para luego comenzar a descomponer cada uno de ellos y reconocer su naturaleza. Así se lleva a cabo el proceso de interiorización del concepto de número, que puede representarse gráficamente así:



9. LAS RELACIONES DE MAYORANCIA Y MINORANCIA

La no coordinabilidad entre conjuntos, es decir, plantear que los cardinales son diferentes, puede hacerlo fácilmente un niño, primero en forma cualitativa y luego a partir de los cardinales, pero ello lleva consigo un proceso que es importante tener en cuenta. Dicho proceso requiere que el niño pase de las comparaciones cualitativas grueso – delgado, muchos – pocos a la comparación cuantitativa.

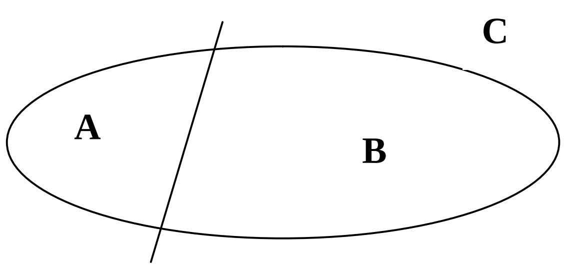
Así que expresar 5<12 informa el proceso de comparación gruesa entre los cardinales 5 y 12, pero, inferir de ella que la diferencia entre ellos está representada por el cardinal 7, hace mucho más profunda la relación establecida: 5 es menor que 12 porque existe el siete, tal que cinco más siete es doce. Ahora bien es imprescindible establecer la relación de minorancia junto con la de mayorancia, puesto que, cinco menor que doce es equivalente decir doce mayor que cinco.

En la utilización de los signos de mayorancia o de minorancia, es normal que el niño se confunda y esto es un problema de uso del lenguaje que se aminora con la práctica y la confrontación entre lo que se dice y lo que se escribe.

10. ESQUEMA ADITIVO ARITMÉTICO

Para el cálculo aritmético el esquema aditivo se representa con la expresión $a+b=c$ al cual están asociados los esquemas $a=c-b$ y $b=c-a$. Particularmente $8+4=12$ de donde $8=12-4$ y $4=12-8$. Entender significativamente la adición es entender simultáneamente las tres relaciones de igualdad que la conforman, entendimiento que está condicionado a la existencia del esquema aditivo mental, que explica Piaget.[24]

Hay dos maneras de entender el esquema aditivo: el matemático y el cognoscitivo o mental. El primero, relaciona la adición y la sustracción y el segundo, es condición necesaria para acceder al primero y para comprender la cardinalidad y las relaciones entre cardinales. Así las cosas gráficamente tenemos:



C=A+B
A=C-B
B=C-A

24 Ibid.

11. ESQUEMA MULTIPLICATIVO ARITMÉTICO

Este esquema consiste en considerar la unidad como representante de este esquema, y en considerar la unidad como representante de otra colección de unidades. Así, por ejemplo, la unidad decena representa un grupo de otras diez unidades más simples, la unidad centena representa un grupo de diez decenas y así sucesivamente de acuerdo a la posición que ocupe la cifra en el numeral.[25]

En la mente del niño se deben considerar simultáneamente relaciones bastante complejas como:

- Los cardinales pueden referirse, tanto a elementos como a grupos de elementos, y estos a su vez pueden referirse a elementos simples conformados por grupos; en este momento aparece la concepción del valor relativo del número de acuerdo a la posición que ocupa y esto es propio del sistema de numeración posicional en el que se trabaje.

- Las equivalencias cuantitativas entre unidades de diferente orden, así. Tres dieces son treinta unidades sueltas o simples; 324 son tres cienes, dos dieces y cuatro unidades sueltas o simples.

Ahora, el esquema multiplicativo requiere de la comprensión del esquema aditivo porque: 5*3=15 implica 3+3+3+3+3=15, donde 3 es el sumando que se repite y 5 es el contador de los sumandos repetidos. Para la comprensión del número 324, es necesario además de la repetición de sumandos, en cada orden de unidades, se deben considerar las relaciones entre estas unidades de diferente orden.

Para desarrollar habilidades desde los esquemas aditivos y multiplicativos, se sugiere utilizar ábacos, regletas de Cousinaire y otro tipo de mediadores didácticos que favorecen el paso por los sistemas concretos hacia los sistemas conceptuales y finalmente hacia los sistemas simbólicos.

---

[25] Ibid.

12. LOS PROBLEMAS EN MATEMÁTICA

Anteriormente en el aprendizaje de la matemática, se hacía énfasis en la realización de actividades memorísticas y de cálculo, lo que favorecía los procesos de automatización frente a los de razonamiento y comprensión. Hoy se coloca especial interés en la solución de problems porque estos ponen en juego una serie de actividades que tienden su realización.

La pregunta que plantea todo problema, es una señal de anticipo de las acciones que tienen que lograrse mediante el uso adecuado de operaciones, pero es el niño quien debe resolver por si mismo la forma de realizar la operación proyectada. Resolver un problema implica traducirlo de tal manera que el enunciado resulte evidente, llevarlo d un lenguaje natural a uno matemático, una vez traducido, su resolución depende de la aplicación correcta de las reglas gramaticales invariables.

Para presentar un problema a los estudiantes, es necesario mostrarlo en términos y condiciones familiares para el niño. Para resolverlo, el estudiante organiza los elementos que se dan en el problema a fin de descubrir su solución, la ejercitación de esta habilidad fortalece la posibilidad de resolver más ágilmente y de forma comprensiva las situaciones que se proponen. Por ejemplo:

Un niño tenía 120 bolitas, regaló la cuarta parte y perdió la mitad del resto ¿cuántas le quedaron?

Análisis:

¿Cuántas bolitas perdió el niño?
¿Cuántas bolitas regaló?
¿Cuántas bolitas no se le perdieron?
¿Cuántas bolitas no regaló?
¿Cuál es el resto de las que regaló?
¿Cuál es el total de bolitas que no perdió ni regaló?

Otra forma de ayudarse en la comprensión del problema es la gráfica, aunque no es más que un soporte mental

Los problemas que revisten mayor valor didáctico son los que surgen de las condiciones de la vida, mueven el interés porque la solución hallada puede confrontarse con la realidad. Para tener éxito en el diseño de estrategias didácticas donde intervienen problemas, es importante tener en cuenta:

- o No perder de vista el objetivo que se persigue, es decir, crear una situación interesante que refiere el cálculo a la actividad práctica.

- o Adaptar la presentación al nivel de comprensión del niño.
- o Dejar el máximo de iniciativas en manos de los estudiantes tanto en el orden de propuestas como en el de solución de los problemas.

- o Facilitar el proceso de maduración psicológica motivando las situaciones en circunstancias de la vida escolar.

- o Guiar a los estudiantes para que salven los obstáculos y sugerir algunos procedimientos económicos.

13. TIPOS DE PROBLEMAS VERBALES Y PROCEDIMIENTOS DE SOLUCIÓN CUANDO SE PRESENTAN ESTRUCTURAS ADITIVAS

En los problemas verbales de adición, se da la presencia de palabras claves, la familiaridad del niño con la situación descrita, la localización de la incógnita y la relación entre el orden del contenido del texto y el orden de los sucesos. Teniendo en cuenta los anteriores elementos, pueden plantearse las siguientes categorías de problemas: (a) cambio, (b) combinación, (c) comparación.

Los problemas de cambio hacen referencia a un suceso que introduce modificaciones en una cantidad inicial, por ejemplo: Lucía tiene 3 muñecas y en su cumpleaños le regalan 5 muñecas más ¿Cuántas muñecas tiene Lucía luego de su cumpleaños?

Los problemas de combinación muestran dos cantidades disjuntas, que pueden considerarse independientemente o como partes de un todo, esta categoría solo admite formulaciones en términos de adición, por ejemplo: Lucía tiene 8 muñecas y su prima Laura 4 ¿Cuántas muñecas tienen entre la dos?

En los problemas de comparación, se presenta la relación entre dos cantidades disjuntas, con dos posibilidades, una para determinar la diferencia entre ellas y la segunda para averiguar una de las cantidades conociendo la otra y la diferencia entre ellas, si se plantea como un problema de adición puede plantearse así: Lucía tiene 5 muñecas y su amiga Susana 4 más que ella. ¿Cuántas muñecas tiene Susana?

Si por el contrario se presenta como un problema de sustracción el problema sería: Susana tiene 9 muñecas. Laura 4 muñecas menos que Susana ¿Cuántas muñecas tiene Laura?

La solución de problemas implica tener en cuenta cuatro niveles evolutivos:

- Entre los 5 ó 6 años los niños pueden trabajar con una sola cantidad. Con su nivel de conocimiento, pueden resolver problemas de cambio sencillos, los de adición donde la incógnita se sitúa en el lugar del resultado. No pueden aún resolver los de combinación, ni los de comparación, porque estos demandan la comparación simultánea de dos cantidades.

- Entre los 6 y 7 años los niños relacionan de manera casual el cambio que se produce en el conjunto inicial y la acción que lo provoca. Son capaces de estimar la dirección del cambio (creciente o decreciente) y de relacionarla con las operaciones adición y sustracción, por ejemplo: Pedro tiene 6 caramelos y compró algunos. Ahora tiene 12 caramelos. ¿Cuántos caramelos compró?

- Entre los 7 u 8 años se ha adquirido el esquema parte- parte- todo que les capacita para manejar una situación estática en la que es necesario que impongan una estructura sobre la situación descrita en el problema. Por eso resuelven problemas de cambio con la incógnita en el primer término.

- A partir de los 9 ó 10 años, los niños poseen los esquemas necesarios para solucionar los diferentes problemas de comparación.

Los niños para resolver los problemas verbales, utilizan procedimientos agrupados en tres grandes tipos:

- Modelado directo con objetos físicos.

- Control verbal.

- Estrategias mentales, incluyendo el recuerdo directo de algunos hechos numéricos de adición y sustracción

13.1 EL MODELADO DIRECTO

Estas estrategias se apoyan en la utilización de objetos que sirven para representar directamente tanto las cantidades del problema como las acciones o relaciones descritas en el mismo, en esta categoría se incluyen los procedimientos de:

- **Añadir a**, se construye un conjunto y se le añaden, de uno en uno, los objetos correspondientes al segundo. El proceso concluye cuando se recuentan los objetos que componen el conjunto total.

- **Quitar a**, con este procedimiento se quitan los objetos uno a uno hasta alcanzar el tamaño determinado, al contar los objetos retirados se llega a la repuesta y contando los que aún quedan se conoce la respuesta, este es un problema de sustracción.

- **Contar todo**, primero se representan físicamente los dos conjuntos y luego se cuentan los objetos resultantes de la unión de ambos para obtener la respuesta buscada en el problema de adición.

- **Emparejamiento**, en este caso los conjuntos se ubican de tal manera que pueda darse la correspondencia uno a uno fácilmente, así se determina la magnitud de lo que excede el conjunto mayor al menor, así se encuentra la respuesta en un problema de sustracción. Puede realizarse de dos maneras este procedimiento: una quitando, se separa la parte del conjunto mayor que no ha podido ser emparejada, en forma física o verbal y se cuenta; dos añadiendo, llego de establecer la correspondencia uno a uno, se añaden los objetos al conjunto menor hasta igualarlo con el mayor, si se cuentan los objetos añadidos, se encuentra la respuesta.

13.2 EL CONTEO VERBAL

El conteo verbal se caracteriza por el uso de los numerales de la secuencia de conteo, sin la presencia de objetos físicos. Este conteo se realiza hacia delante o hacia atrás y finaliza cuando se ha aplicado alguna regla. Algunas de las estrategias para aplicar este procesamiento son:

- **Contar hacia delante a partir de**, lo que permite contar el primer término y añadir el segundo, si se trata de una adición, por ejemplo: 3+4 conlleva la secuencia 3, 4, 5, 6,7…7; o se cuentan los numerales desde el término menor hasta el mayor si se trata de una sustracción.

- **Contar todo**, se cuentan los dos términos para luego recontarlos todos en el caso de la adición, por ejemplo: 3+4 equivale a contar 1,2,3 – 1,2,3,4 … 1,2,3,4,5,6,7…7; o la diferencia entre ellos si es el caso de la sustracción.

13.3 LAS ESTRATEGIAS MENTALES

Se han identificado tres niveles evolutivos en relación con este procedimiento:

- A lo largo de la primera fase los niños descubren , en contextos significativos, modos de contar eficiente para acortar o simplificar sus procesos espontáneos de solución.

- Los descubrimientos anteriores los organizan en estrategias de pensamiento para razonar sobre combinaciones de números desconocidas o no practicadas, por ejemplo: las combinaciones de 3+7 pueden convertirse en combinaciones de 5+5 quitando dos al término mayor y agregándoselo al término menor.

- En la última fase del proceso de aprendizaje, los niños memorizan adiciones y sustracciones de un solo dígito.

A continuación se presentan algunos ejemplos de la clasificación de los problemas verbales en estructuras aditivas:

- **Cambio – adición**

  - Pablo tenía 5 carritos de carrera. César su hermano mayor, le obsequió 4 más ¿Cuántos carritos de carrera tiene Pablo ahora?

  - Pablo tenía 5 carritos de carrera. César su hermano mayor, le obsequió algunos más. Ahora Pablo tiene 9 carritos de carrera. ¿Cuántos carritos de carrera le obsequió César?

  - Pablo tenía algunos carritos de carrera. César su hermano mayor, le obsequió 4 más. Ahora Pablo tiene 9 carritos de carrera ¿Cuántos carritos de carrera tenía Pablo al principio?

- **Cambio – sustracción**

  - Pablo tenía 9 carritos de carrera. Le dio 4 carritos de carrera a su hermano menor José ¿Cuántos carritos de carrera tiene Pablo ahora?

  - Pablo tenía 9 carritos de carrera. Le dio algunos carritos de carrera a su hermano menor José. Ahora Pablo tiene 5 carritos de carrera ¿Cuántos carritos de carrera le obsequió a José?

  - Pablo tenía algunos carritos de carrera. Le dio 4 carritos de carrera a su hermano menor José. Ahora tiene 5 carritos de carrera ¿Cuántos carritos de carrera tenía Pablo al principio?

- **Combinación**

  - Pablo tiene 5 carritos de carrera. César su hermano mayor tiene 4 carritos de carrera ¿Cuántos carritos de carrera tienen entre los dos?

  - Pablo y César tienen 9 carritos de carrera entre los dos. César su hermano mayor tiene 4 carritos de carrera ¿Cuántos carritos de carrera tiene Pablo?

- **Comparación – adición**

- o Pablo tiene 9 carritos de carrera. César su hermano mayor, tiene 4 carritos de carrera ¿Cuántos carritos de carrera tiene Pablo más que César?

- o Pablo tiene 4 carritos de carrera. César el hermano mayor, tiene 5 más que Pablo ¿Cuántos carritos de carrera tiene César?

- o Pablo tiene 9 carritos de carrera. Tiene 5 más que César su hermano mayor ¿Cuántos carritos de carrera tiene César?

- **Comparación sustracción**

- o Pablo tiene 9 carritos de carrera. César su hermano mayor, tiene 4 carritos de carrera ¿Cuántos carritos de carrera tiene César menos que Pablo?

- o Pablo tiene 9 carritos de carrera. César el hermano mayor, tiene 5 menos que Pablo ¿Cuántos carritos de carrera tiene César?

- o Pablo tiene 4 carritos de carrera. Tiene 5 carritos de carrera menos que César su hermano mayor ¿Cuántos carritos de carrera tiene César?

14. TIPOS DE PROBLEMAS VERBALES Y PROCEDIMIENTOS DE SOLUCIÓN CUANDO SE PRESENTAN ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS

Las estructuras multiplicativas siguen una tendencia similar a las aditivas y proponen además tres tipos de problemas: (a) de multiplicación de sumas repetidas, (b) de comparación y (c) Producto cartesiano

14.1 PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN DE SUMAS REPETIDAS (O CAMBIO)

Este tipo de problemas describe una proposición que se repite a modo de regla y que vincula las dos dimensiones relevantes, una proposición que informa el número de veces que ocurre la repetición y la pregunta, que hace referencia al total de una dimensión luego de las sucesivas repeticiones por ejemplo: un paquete de bombones cuesta $1,500. Si Victoria compra 3 bolsas se bombones ¿Cuánto dinero gastó Victoria en bombones?

Este tipo de situaciones puede adoptar dos formas, partitivos y de medida, así en el caso uno, se divide por el multiplicador: Victoria gastó $4,500 en bombones. Si compró 3 bolsas ¿Cuánto dinero cuesta cada una? N el caso dos se divide por el multiplicando: Victoria gastó $4,500en bombones. Si cada bolsa cuesta $1,500 ¿Cuántas bolsas ha comprado?

14.2 PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN DE COMPARACIÓN

En estos problemas, se representa una cantidad a partir de otra y aparece en el texto una cantidad referente y una cantidad comparada, por ejemplo: Camilo tiene 6 bolitas de cristal y Esteban tiene 4 veces las bolitas de cristal de Camilo ¿Cuántas bolitas de cristal tiene Esteban?

Estos problemas se solucionan mediante una operación entre el número de objetos en el conjunto referente y el número de objetos en el conjunto comparado. La dirección en que se establece la relación no resulta intercambiable ya que, los papeles del conjunto referente y el comparado no son simétricos (es decir, cada uno tiene características bien diferentes). Igual que en el caso anterior, en esta categoría, es posible formular dos tipos de problemas de división, los que ofrecen información sobre los conjuntos referentes y de comparación y preguntan por la operación y, aquellos en los que se conoce el conjunto comparación y la operación y se pregunta por el conjunto referente.

Obsérvense las siguientes situaciones para el primer tipo de problemas planteado: Camilo tiene 8 bolitas de cristal y Esteban tiene 24 bolitas de cristal ¿Cuántas veces tiene Esteban las bolitas de cristal de Camilo?, y para el segundo tipo de problema: Esteban tiene 3 veces las bolitas de cristal de Camilo. Si Esteban tiene 24 bolitas de cristal ¿Cuántas bolitas de cristal tiene Camilo?

14.3 PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN DE PRODUCTO CARTESIANO

Estos son los más difíciles de resolver, porque implican la presencia de dos dimensiones diferentes que se combinan para obtener una tercera, por ejemplo: Jorge tiene 7 pantalones y 5 chaquetas ¿Cuántos conjuntos diferentes de pantalones y chaquetas puede hacer?

Estos problemas son simétricos por lo que los papeles asignados a cada conjunto resultan intercambiables, por ello solo admiten una formulación en términos de división así: Jorge puede formar 35 conjuntos diferentes de pantalón y chaqueta. Si plantea que tiene 7 pantalones ¿Cuántas chaquetas tiene?, o Jorge puede formar 35 conjuntos diferentes de pantalón y chaqueta. Si plantea que tiene 5 chaquetas ¿Cuántos pantalones tiene?

Paralelamente a lo que sucede con los problemas verbales de adición y sustracción, también en los de multiplicación y división las estrategias de los niños tienden a representar los acontecimientos planteados en la situación. De esta manera, frente a un problema de partición o de división partitivo como: hay 21 galletas que deben ser repartidas entre 7 amigos ¿Cuántas galletas le corresponden a cada amigo? Los niños graficarán siete caritas posiblemente felices que representen a los siete amigos y luego, las galletas de una en una debajo de cada carita, hasta agotar la existencia de galletas y plantear el resultado.

Otros más elegantes, estimarán y ajustarán asignándole un número equivalente de galletas a cada carita, para repartir las que quedan de nuevo en forma equitativa por ejemplo: 2 galletas a cada cara y luego una más a cada una.

En un problema de división con medida como: con 21 galletas repartidas de a 3 ¿A cuántos amiguitos puedo convidar? Algunos niños construirán escaleras con tres elementos cada una hasta llegar a 21, para luego contar el número de escaleras formadas y así plantear la solución. Otros niños a partir de una estrategia de solución más compleja, sumarán treces 3+3+3+3+3+3+3 y luego de haber obtenido 21 contarán el número de veces que repitieron el número 3.

La utilización de hechos numéricos es posterior, si de evolución se trata, a estrategias que se fundamentan en el conteo, bien sea concreto o abstracto. Es recomendable por muchos estudiosos permitir el paso al descubrimiento por parte de los niños para que lleguen finalmente a la propuesta simbólica, es por ello que se ha sugerido desde la metodología de este curso, iniciar el proceso por los sistemas concretos, que tienen en cuenta los preconceptos, las experiencias, los mediadores físicos discretos o continuos y la ideas que ya se comprenden; pasar luego a los sistemas conceptuales, que permiten el fortalecimiento de las comprensiones y la conceptualización y, finalizar en los sistemas simbólicos que permiten el uso de algoritmos para la solución de las situaciones propuestas desde el lenguaje matemático. Es importante anotar, que no es posible asegurar el momento en que se pasa de un sistema a otro, es prácticamente imperceptible pero sí evidente.

A continuación se presentan algunos ejemplos de la clasificación de los problemas verbales en estructuras multiplicativas:

- **Sumas repetidas – multiplicación**

5 niños tienen 6 peras cada uno ¿cuántas peras tienen en total?

- **Sumas repetidas – división**

  - Partitivos: se reparten 30 peras por igual entre 5 niños ¿Cuántas peras le tocan a cada niño?

  - De medida: si se tienen 30 peras ¿A cuántos niños les pueden tocar de a 6 peras?

- **Comparación – multiplicación**

Gabriel es 5 veces más pesado que Samuel su hijo. Si Samuel pesa 12 kilos ¿Cuánto pesa Gabriel?

- **Comparación – división**

  - Partitivos: Gabriel es 5 veces más pesado que Samuel su hijo. Si Samuel pesa 12 kilos ¿Cuántas veces es más pesado Gabriel que su hijo Samuel?

  - De medida: Si Gabriel pesa 60 kilos y Samuel su hijo pesa 12 kilos ¿Cuánto más pesa Gabriel en relación con Samuel?

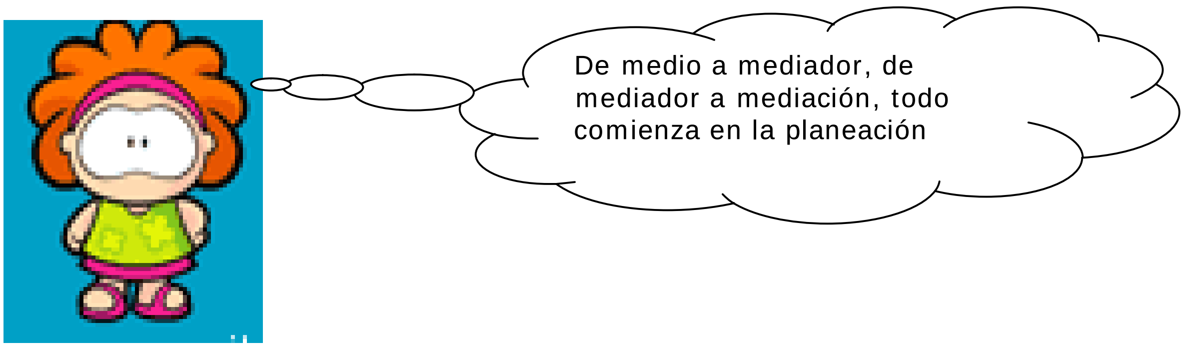
- **Producto cartesiano multiplicación**

Si para ir de la casa de Juan a la escuela hay 2 rutas y para ir de la escuela a la casa de Andrea hay 5 rutas ¿Cuántas rutas diferentes hay para ir de la casa de Juan a la casa de Andrea, pasando por la escuela?

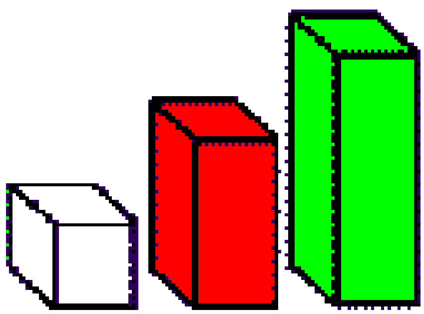
- **Producto cartesiano – división**

Si hay 10 rutas diferentes para ir de la casa de Juan a la casa de Andrea pasando por la escuela y 2 rutas para ir de la casa de Juan la escuela ¿Cuántas rutas hay de la escuela a la casa de Andrea?

CAPÍTULO 2. ALGUNOS MEDIADORES DIDÁCTICOS



2. LAS REGLETAS DE CUISENAIRE – GATEÑO



El profesor Caleb Gateño se empeñó en promulgar el método del color planteado por el profesos Cuisenaire para la construcción del concepto de número. Este método busca a partir de la creación de situaciones, que se pueda desarrollar una enseñanza dinámica por parte del educador y un aprendizaje por descubrimiento por parte del estudiante.

Se trata que el estudiante descubra las propiedades básicas comunes, ocultas en casos particulares o modelos. El método comienza por el sistema, la totalidad, y considera que las particularidades o aplicaciones, no es necesario que se enseñen, una vez se haya comprendido la totalidad.

Para ello es necesario conocer el material, las regletas son prismas rectangulares de 1cm² de espesor y cuya longitud varía desde 1cm hasta 10 cm. Cada regleta posee un color diferente, comenzando por la blanca de 1cm de longitud y finalizando con la naranja de 10cm. La serie es la siguiente:

1 unidad = Blanca

2 unidades = Roja

3 unidades = Verde claro

4 unidades = Morado

5 unidades = Amarillo

6 unidades = Verde oscuro

7 unidades = Negro

8 unidades = Café

9 unidades = Azul índigo

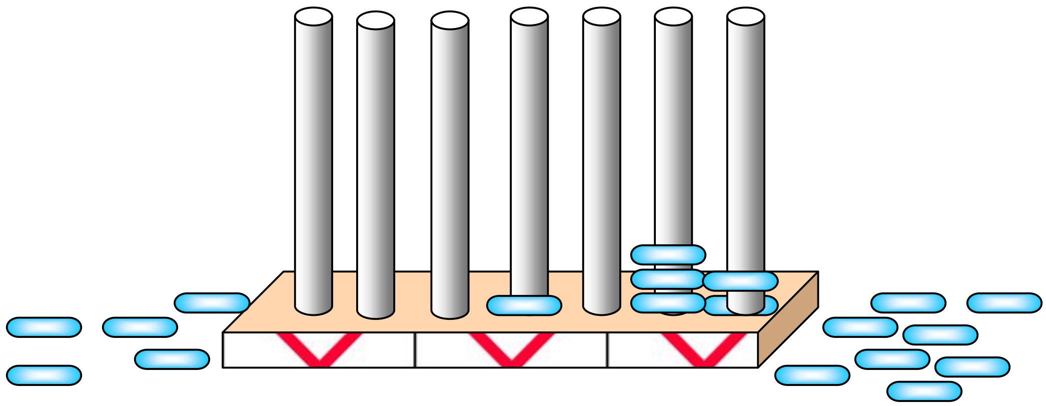
10 unidades = Naranja

Para construirlas solo se debe que conseguir material como cartón, madera o fomi, tomar las medidas indicadas y comenzar a realizar actividades numéricas y espaciales con los niños. Si se construyen en cartón o madera se deben tener vinilos de diferentes colores para pintar las reglitas.

La utilización de este material es una gran elección para ser utilizada en el aula de clase y llegar a los educandos de una forma dinámica y creativa, para lograr así que ellos alcancen habilidades, destrezas, desarrollos y conocimientos tales como:

- Aprender más rápido y mejor.
- Establecer redes y alianzas de aprendizaje productivo.
- Compartir el conocimiento.
- Optimizar el ciclo del proceso enseñanza-aprendizaje.
- Aprovechar el capital intelectual y distribuirlo con efectividad.
- Comparar su entorno con lo que aprende.
- Crear con el material dibujos y reproducirlo en palabras.
- Descubrir creativamente las formas, colores, figuras y tamaños que conforman su mundo.
- Aprehender el concepto de número y todas sus implicaciones en el contexto.

2. EL ÁBACO



Para construirlo solo se debe conseguir material como palos de chuzo, o barritas de palos de escoba, una tablita de madera que haga las veces de base y empaques o ruedas de pastas o cualquier otro material que represente las fichas, eso si todas ellas iguales. Si hay la posibilidad de conseguir el material ya elaborado, entonces manos a la obra.

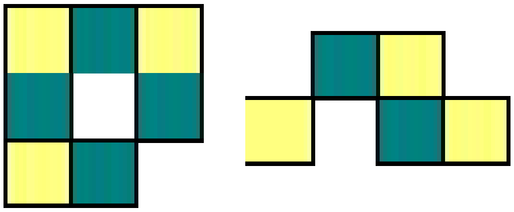
Se sugiere trabajar con el ábaco abierto, este permite una mejor apropiación del concepto de número al igual que mayor profundidad en el análisis, construcción y reconstrucción del número y de las operaciones básicas en el conjunto de los números naturales y el cero. Es importante saber que el profesor Orlando Mesa Betancur, de la universidad de Antioquia en el área de matemática en la Facultad de Educación, ha publicado varios textos alrededor de este mediador y en el Baúl Jaibaná también se encuentra información al respecto.

3. LOS POLIOMINÓS[26]

Los poliominós son polígonos construidos a base de unir cuadrados unitarios a lo largo de sus lados. Si una pieza de dominó se compone, desde el punto de vista geométrico, de la unión de dos cuadros, se puede llamar triminós a la unión de tres cuadrados, tetrominós a la de cuatro y así sucesivamente.

De un modo formal se pueden definir los poliominós, como un conjunto de cuadrados conectados entre sí por uno de sus lados de tal modo que no queden huecos en el interior de la estructura resultante.

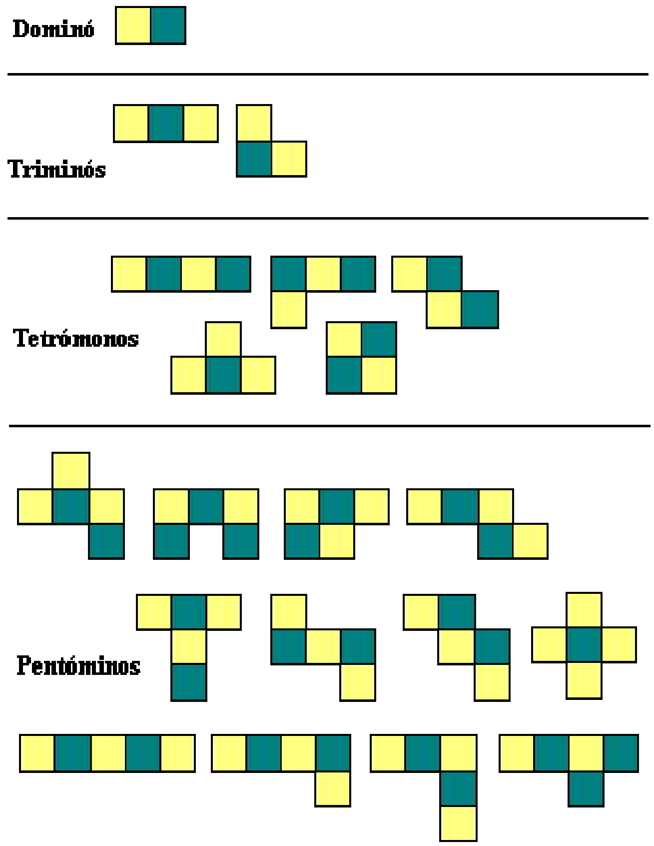
Así las siguientes piezas (unos posibles heptominó y pentominó no serían consideradas como tales.



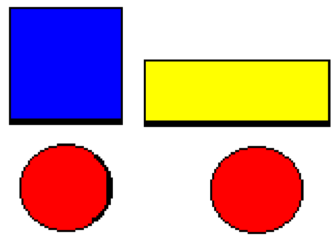
A continuación se muestran en la gráfica los poliominós que se pueden trabajar con los niños en el rango de grados contemplados en este curso:

---

26 Las imágenes son tomadas de www.dma.fi.upm.es/docencia/primerciclo/matrecreativa/juegos/poliminos/

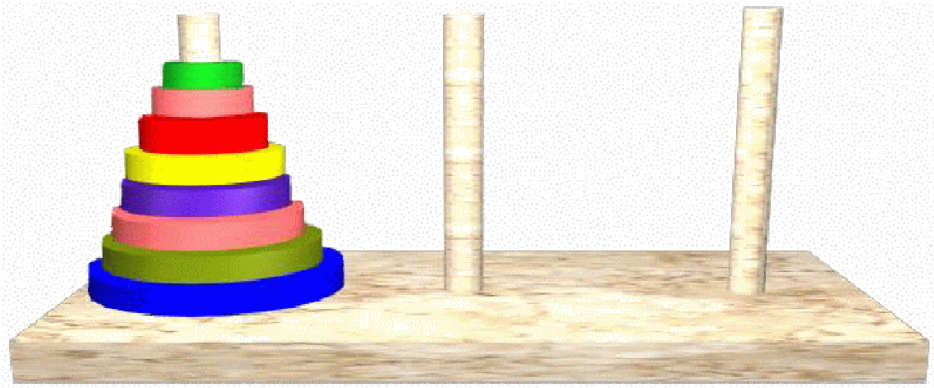


4. LOS BLOQUES LÓGICOS



La invención de los bloques lógicos por Dienes, se debió a la necesidad que se presentaba cuando se aceptó que el niño a partir de algunas experiencias y en el juego espontáneo, desarrollaba procesos lógicos de pensamiento, pero no era posible dar un sentido lógico – matemático suficiente para despertar los procesos y las ideas que se deseaba construir en ese momento. Las posibilidades de este material, son tan amplias como la capacidad creadora del educador en el momento de diseñar actividades pedagógicas y didácticas para sus estudiantes., con este conjunto de cuarenta y ocho piezas, es posible adentrarse en el mundo de la lógica, el álgebra, los conjuntos y muchos otros temas que tienen que ver con el área de matemática.

5. LAS TORRES DE HANOI[27]



Este mediador, fue inventado por el matemático francés Edouard Lucas y puesto a la venta como rompecabezas en el año 1883. En su versión comercial se presenta como una torre de ocho discos insertados en una clavija y otras dos clavijas libres.

El juego consiste en pasar los ocho discos de la clavija número 1 a la clavija número 3, siguiendo unas reglas, (hay que utilizar las tres clavijas para el traslado).

Reglas:

- Solo se pasará un disco cada vez, a cualquier clavija.
- En ningún caso podrá estar un disco mayor sobre otro menor

La fórmula general para saber los movimientos mínimos que hay que hacer para trasladar n discos de una clavija a otra es la siguiente:

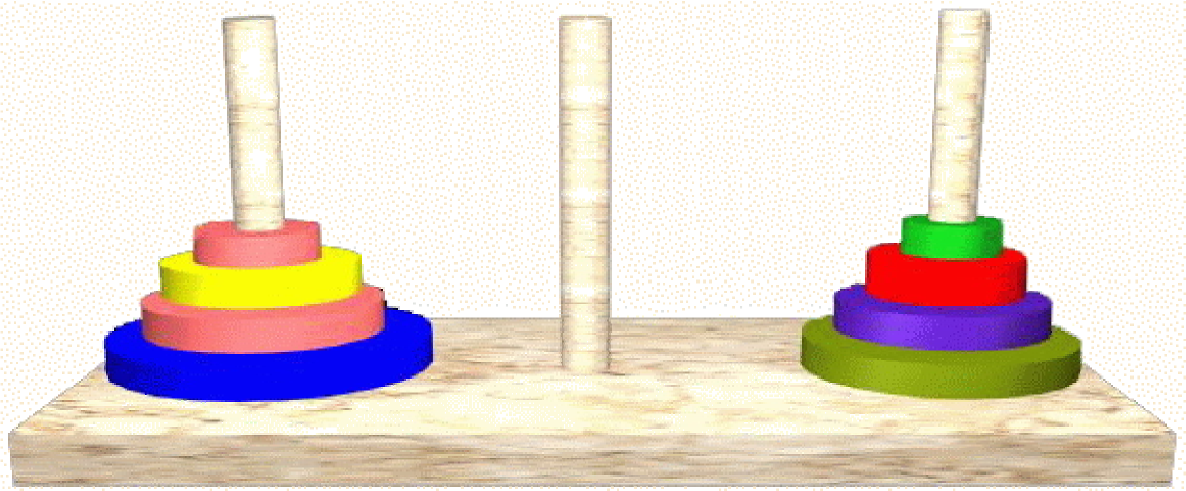
MOVIMIENTOS MÍNIMOS = $2^n - 1$

---

[27] Tomado de www.iespana.es/chelis/index.htm, www.redescolar.ilce.edu.mx

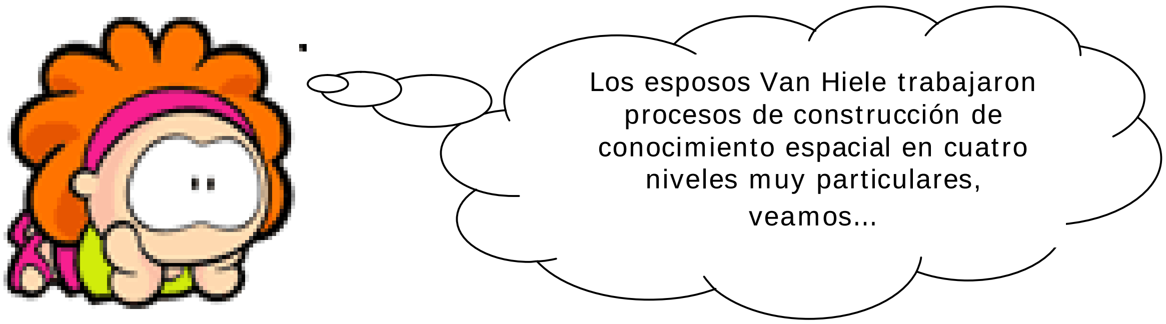
Donde n es el número de discos, en el caso que nos ocupa (n = 8), por eso la fórmula sería ($2^8 - 1 = 255$).

Otra variante de este mismo juego puede hacerse colocando la mitad de los discos en la primera clavija y la otra mitad en la tercera clavija e intercambiar los discos de una clavija a otra con el mínimo número de movimientos.



1 **2** **3**

UNIDAD 3. PENSAMIENTOS ESPACIAL Y MÉTRICO



CAPÍTULO 1. LOS NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE

1. GENERALIDADES

El planteamiento de Van Hiele, facilita de manera organizada la estructuración del currículo y de materiales y mediadores de aprendizaje que han tenido influencia en el planteamiento de los contenidos curriculares de geometría en distintos países. Los educadores soviéticos y los holandeses (país de origen del modelo), al conocerlo y tras unos años de intensas investigaciones y experimentaciones, incorporaron el modelo de Van Hiele como base teórica para el planteamiento de nuevos currículos, propuesta que se puso en marcha en 1964.

Algunas de las implicaciones que surgen con la utilización del modelo son las siguientes:

- El desarrollo del pensamiento espacial debe comenzar desde los primeros años, es decir, debe cubrir el nivel preescolar, la primaria y la secundaria, sin separarla de los demás escenarios en los que se desarrolla el proceso del aprestamiento a la lógica matemática.
- El trabajo geométrico en un comienzo debe poseer un carácter más cualitativo, para propiciar la conformación y comprensión de conceptos, al mismo tiempo que el desarrollo del pensamiento espacial en estrecha relación con el pensamiento creativo.

- El trabajo geométrico comienza en el espacio y luego se profundiza en la superficie.
- Es conveniente familiarizar a los estudiantes simultáneamente con el estudio de la geometría bi y tridimensional.
- Los contenidos desarrollados en geometría deben ser los mismos en primaria y secundaria, no obstante, los niveles de complejidad han de ser cada vez más notorios. La secuencia de los contenidos está determinada por los niveles de análisis de cada tópico, en función de la estructura del área, lo que permite avanzar en todo momento de lo concreto a lo conceptual y finalmente a lo simbólico.

De igual forma, el modelo de Van de Hiele proporciona al educador una serie de recomendaciones de procedimiento a tener en cuenta para asegurar un proceso de enseñanza y de aprendizaje significativo:

- Se parte del hecho que cada estudiante posee una serie de concepciones y aprendizajes previos alrededor de los objetos materiales y sus propiedades.
- A partir de experiencias previas, caracterizadas por la observación de objetos concretos que formen estructuras geométricas, el estudiante logrará con la asesoría de su educador, relacionar estas observaciones con una forma geométrica de verlas.
- Las actividades de aprendizaje que se diseñan por parte del educador, deben tener en cuenta el nivel lingüístico y de razonamiento de sus estudiantes.
- El educador debe reconocer la forma como sus estudiantes estructuran de forma espontánea el espacio, para luego, partir de este preconcepto y generar intervenciones didácticas y pedagógicas que faciliten la construcción de estructuras visuales geométricas y finalmente razonamientos cada vez más abstractos. Por tal motivo, el educador cada vez se alejará de lo concreto material, en la búsqueda de escenarios más matemáticos, con la ayuda del enfoque de sistemas que caracteriza la ruta metodológica del área como tal.
- Es necesario que los estudiantes departan alrededor de los objetos geométricos y desarrollen un lenguaje expresivo inicialmente desde el lenguaje natural, para progresivamente acercarse a un lenguaje matemático elaborado.

- Los mediadores a utilizar en la generación de pensamiento espacial, deben caracterizarse por sus fundamentos en la lógica matemática y por ser auto correctivo. El material concreto, se utilizará solo cuando sea necesario para construir el concepto y este proceso puede ser logrado en forma inductiva o deductiva

La propuesta de Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele Geldof, puede ubicarse en la categoría de los modelos matemáticos. Un modelo matemático tiene como objetivo, describir matemáticamente una situación cotidiana del mundo real cuya presentación frecuente le hace merecedora de ser estudiada para tratar de comprenderla. Entre más elementos tenga en cuenta el modelo, mayor será su aplicabilidad y más próximos a la realidad serán sus resultados.

Este modelo plantea en esencia dos partes: la primera de ellas se caracteriza por ser descriptiva, en ésta se identifican una serie de tipos de razonamiento llamados “niveles de razonamiento”. La segunda, brinda a los profesores directrices para que puedan acompañar a sus estudiantes en la obtención de niveles superiores de razonamiento, estas directrices son llamadas “fases de aprendizaje”.

2. NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE

A continuación se presentan de manera sucinta las características principales consideradas para cada uno de los niveles de razonamiento planteados por el modelo de Van Hiele:

- Nivel 1. De reconocimiento
- Nivel 2. De análisis
- Nivel 3. De clasificación
- Nivel 4. De deducción formal

2.1 NIVEL 1. DE RECONOCIMIENTO

- Percepción de objetos geométricos en su globalidad, es posible la inclusión de atributos irrelevantes en las descripciones que se realizan.
- Percepción de los objetos como individuales, es decir, no se reconocen características semejantes con otros objetos de su misma clase.
- La descripción del objeto se limita a lo físico, las relaciones, diferenciaciones, clasificaciones o reconocimientos solo se fundamentan en esta característica.
- Se suele identificar con otros objetos conocidos a partir de expresiones como “se parece a…”
- No se reconocen las partes que constituyen el objeto ni sus propiedades matemáticas.

2.2 NIVEL 2. DE ANÁLISIS

- Se identifican las partes que constituyen los objetos y las propiedades matemáticas que les estructuran de una manera informal.
- Es posible la generalización de otras propiedades matemáticas de los objetos a partir de la experimentación
- Aún no es posible relacionar unas propiedades con otras, por lo tanto, no se realizan clasificaciones lógicas entre los objetos con base en sus elementos o en sus propiedades.

En este momento, a diferencia del primer nivel, los estudiantes pueden mirar de manera diferente los objetos geométricos, lo que les permite hacerse conscientes de su conformación a partir de elementos y de su capacidad de portar ciertas propiedades, de igual forma, el estudiante se encuentra en capacidad de reconocer que el objeto geométrico pertenece a una familia. En este nivel aparece el razonamiento al que se denomina matemático, no obstante en él se aplican las propiedades de los objetos como si fueran independientes entre sí.

2.3 NIVEL 3. DE CLASIFICACIÓN

- Comienza la habilidad de razonamiento formal (matemático) del estudiante. Es capaz de deducir que unas propiedades se generan de otras y de reconocer las implicaciones que estas traen consigo. No obstante, sus razonamientos lógicos continúan apoyados en la manipulación.

- Se da la descripción de un objeto de manera formal, es decir, los estudiantes están en capacidad de ofrecer definiciones matemáticamente correctas, al igual que, comprenden el significado de una correcta definición.

- Aunque los estudiantes comprenden los diferentes pasos de un razonamiento matemático, aún los ven aislados ya que no perciben la necesidad de su encadenamiento. Pueden entender una demostración realizada por el educador, pero no son capaces de realizarlas por sí mismos.

- Por el item anterior, los estudiantes aún no comprenden la estructura axiomática de la matemática.

La capacidad de los estudiantes en este nivel se limita a realizar pequeñas deducciones e implicaciones simples.

2.4 NIVEL 4. DE DEDUCCIÓN FORMAL

- Los estudiantes comprenden y realizan razonamientos lógicos formales, las demostraciones cobran sentido y las sienten necesarias como único camino para demostrar la veracidad de una afirmación (teorema).
- Los estudiantes logran la comprensión de la estructura axiomática de la matemática.
- Se acepta por parte de los estudiantes, la multiplicidad de caminos para acercarse al mismo resultado desde diferentes premisas.

Alcanzar este nivel implica, lograr la capacidad de razonamiento lógico que permite la visión general de la estructura de la matemática que se está estudiando.

Los niveles mencionados anteriormente se caracterizan en términos generales por:

3. LA JERARQUIZACIÓN Y SECUENCIALIDAD DE LOS NIVELES

Los cuatro niveles representan sin lugar a dudas, cotas diferentes de sofisticación en el razonamiento matemático a los cuales puede llegar una persona, además, es evidente que cada nivel requiere del otro para poder avanzar, así: en el nivel uno, se reconoce la importancia de las artes de los objetos geométricos; en el dos, no se reconoce la existencia de relaciones de implicación entre las propiedades de los objetos geométricos; en el tres, no se reconocen las relaciones o encadenamientos entre las diferentes implicaciones para consolidar demostraciones formales; en el cuatro, finalmente, la cualidad de recursividad de los diferentes niveles se hace presente y las habilidades que han sido utilizadas implícitamente en los anteriores, se hacen explícitas lográndose la demostración formal de afirmaciones.

La estructura recursiva de los niveles de Van Hiele se presenta en la siguiente gráfica tomada del texto, *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría,* de Adela Jaime y Ángel Gutiérrez:

	Elementos explícitos	**Elementos implícitos**
Nivel 1	Figuras	Partes y propiedades de las figuras
Nivel 2	Partes y propiedades de las figuras	Implicaciones entre propiedades
Nivel 3	Implicaciones entre propiedades	Deducción formal de teoremas.
Nivel 4	Deducción formal de teoremas	

La tabla refuerza la idea de la imposibilidad de alcanzar un nivel de razonamiento sin haber superado el nivel anterior.

4. EXISTE UNA ESTRECHA RELACIÓN ENTRE EL LENGUAJE Y LOS NIVELES

Las capacidades relacionadas con los diferentes niveles, no solo hacen referencia a la solución de problemas, sino a la forma de expresar el significado de cada situación.

Por ejemplo, la palabra *demostrar* en el nivel uno, carece de sentido matemático. En el nivel dos, implica, comprobar que la afirmación se cumple en algunos casos, incluso en uno solo. En el nivel tres, la expresión ya tiene un significado muy próximo al contexto matemático, ya hay presencia de argumentos lógicos informales, basados en la observación de ejemplos concretos.

Ahora, en el nivel cuatro, la palabra demostración, posee el significado que le dan usualmente los matemáticos, posiblemente el estudiante continuará basándose en otras como en el nivel tres, pero sus justificaciones se basarán en otras propiedades matemáticas conocidas.

5. EL PASO DE UN NIVEL AL SIGUIENTE SE PRODUCE EN FORMA CONTINUA

En este momento pueden encontrarse contradicciones, P.M. Van Hiele, plantea que el paso de un nivel a otro se produce de forma brusca; mientras que, otros autores, proponen que se da pausadamente y, por lo tanto, en forma continua.

6. LA EVALUACIÓN DEL RAZONAMIENTO DE LOS ESTUDIANTES

El nivel de razonamiento de los estudiantes es de carácter local, es decir, es posible identificar el nivel de razonamiento de los chicos desde las maneras como logran desenvolverse en cada nivel al proponerles diferentes actividades estructuradas que respondan a los distintos pensamientos potenciados en matemática.

No obstante, los niveles de razonamiento requieren para su evaluación no de la corrección de lo bien o mal hecho que quedó el resultado de la situación propuesta, sino de las maneras como se contestó y los porqué de sus respuestas. Además, una situación puede ser resuelta por estudiantes en diferentes niveles, pero sus formas de resolverlas serán igualmente distintas.

7. EL PROCESO DEL APRENDIZAJE SEGÚN EL MODELO VAN HIELE

En este aparte, se referencia al proceso por el cual una persona aprende a utilizar nuevos métodos y herramientas de razonamiento mientras estudia geometría. Las modificaciones presentadas a medida que se avanza en nivel de profundidad de conocimiento, se caracterizan porque a medida que son más complejos los aprendizajes, estos van absorbiendo los anteriores, lo que permite representar las estructuras mentales como una red de relaciones.

La idea central del modelo Van Hiele en lo que respecta a la relación enseñanza de la matemática y desarrollo de la capacidad de razonamiento, radica en que la adquisición por parte de una persona de nuevas habilidades y destrezas de razonamiento, se origina en su propia experiencia, obtenida unas veces en el aula y otras por fuera de ella. La mejor enseñanza es la que propicia este tipo de experiencias. En este modelo se plantea la presencia de varias fases que acercan a la construcción de conocimiento cada vez más elaborado, las cuales pueden ser ayudadas y aceleradas (es lo deseable) por parte del educador, estas fases son:

- Fase 1. Información
- Fase 2. Orientación dirigida
- Fase3. Explicitación
- Fase 4. Orientación libre
- Fase 5. Integración

7.1 FASE 1. INFORMACIÓN

Implica una toma de contacto, en ella el educador informa a los estudiantes el campo de estudio y lo que trabajarán. Los estudiantes a su vez aprenden a manejar el material a utilizar y adquieren una serie de conceptos básicos sin los cuales el proceso no podrá realizarse a entera satisfacción.

Es el momento especial del análisis y diagnóstico del grupo de estudiantes por parte del educador frente a los conocimientos previos que poseen alrededor de la temática a desarrollar. Permite identificar el nivel de razonamiento que poseen los estudiantes y el conocimiento de la ruta a seguir.

7.2 FASE 2. ORIENTACIÓN DIRIGIDA

Los estudiantes comienzan a explorar el campo de estudio por medio de consultas basadas en el material asignado. Se busca que conozcan, comprendan descubran y aprendan los conceptos y propiedades de los objetos geométricos que están estudiando. Obviamente, las actividades diseñadas para este fin, estarán convenientemente dirigidas por parte del educador.

7.3 FASE 3. EXPLICITACIÓN

En esta fase los estudiantes intercambian experiencias, comentan regularidades, explican la manera como resolvieron las actividades, todo en un contexto de disertación grupal. Los estudiantes, además, han de terminar esta fase con el vocabulario necesario para continuar con el siguiente nivel de razonamiento que comienzan a alcanzar. Por lo tanto, esta fase no es de adquisición de nuevos conocimientos, es más bien, de revisión del trabajo realizado antes, encaminada al planteamiento de conclusiones, prácticas y perfeccionamiento en las formas de expresión.

7.4 FASE 4. ORIENTACIÓN LIBRE

Es el momento de aplicar los conocimientos y el lenguaje que se acaba de adquirir en situaciones diferentes a las anteriores, para ello, el educador propone situaciones problema que pueden tener solución a partir de diferentes caminos, se busca que el estudiante aplique lo aprendido en las fases y niveles anteriores.

Las actividades planteadas en esta fase, permiten completar la red de relaciones que se comenzó a estructurar en los anteriores niveles, lo que da lugar al establecimiento de nuevas relaciones más complejas e importantes.

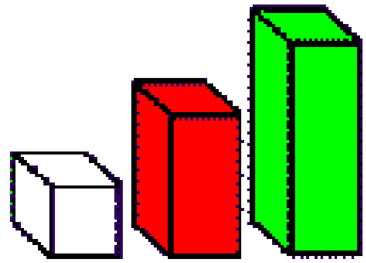
7.5 FASE 5. INTEGRACIÓN

Para este momento, los estudiantes han adquirido nuevos conocimientos, destrezas y habilidades, pero deben adquirir una visión general de la estructura, de los contendidos y métodos que tienen a su disposición. Se trata de condensar en un todo el dominio que han alcanzado a partir de las exploraciones que ha realizado su pensamiento.

Es el momento para que el educador proporcione comprensiones globales en las cuales se acumulen, comparen y combinen los elementos que ya conoce el estudiante, es decir, en este momento no se presentan nuevos conceptos ni propiedades a los estudiantes.

Con esta quinta fase culminada, los estudiantes tienen a su disposición una nueva red de relaciones mentales más amplia y compleja que la anterior, que además, la sustituye y permite el avance a un nuevo nivel de razonamiento.

CAPÍTULO 2. LA MEDICIÓN



La matemática en preescolar, implica más que contar, los niños de tres a cinco años de edad, se preguntan sobre el cómo medir muchas cosas, desde su tamaño, hasta el tiempo que dura una actividad en la escuela. Escuchan a los adultos hablar de metros, kilómetros, litros, libras, galones, kilos, horas y minutos, es más, observan las distintas formas como utilizan herramientas de medición. Cualquier tipo de actividad de medición puede ayudar a los niños pequeños a entender conceptos matemáticos básicos y a generar destrezas y habilidades de aplicación cotidiana.

Por lo anterior es necesario que se incluya la medición en las rutinas cotidianas en el escenario escolar, así los estudiantes podrían:

- Rellenar los recipientes en los que se colocan el alimento y el agua para las mascotas del aula (y hacer una tabla con la cantidad que comen).

- Usar cucharas y tazas de medición para ayudar a preparar y repartir las meriendas o loncheras.

- Usar cronómetros u otro tipo de instrumentos de medida de tiempo como un reloj con alarma, para turnarse (por ejemplo, en el uso de la computadora o para compartir juguetes).

- Mirar un indicador de lluvia o termómetro e informar a la clase sobre los resultados.

- Identificar temáticas de noticias en el periódico o en los noticieros de la televisión que se hayan repetido a lo largo de una semana.

Además, es papel del educador proveer juegos en los que se utilicen algunas habilidades de medición, en los cuales se incluyan distancias, en los que se ofrezcan instrumentos de medición como: aros para medir, reglas, cuentagotas, balanzas, relojes, todos ellos para que los niños los estudien o los usen en el juego dramático. En ciertas ocasiones el educador puede ayudar a los niños a utilizar objetos inusuales como: las manos, una cuerda gruesa, los zapatos o bloques de unidades; para describir el tamaño de los muebles, edificios de bloques, el patio de recreo y los compañeros. Igualmente se pueden proveer tubos y recipientes transparentes para el juego con arena y agua.

En otras ocasiones, es posible ofrecer tableros con patrones geométricos, juguetes que se encajan, engranajes, bloques para armar, juguetes que se apilan, baldosas para mosaicos y trozos cuadrados de tela para utilizar durante "el tiempo de elección libre". Tal vez sea oportuno ofrecer cantidades específicas de pintura acompañadas con preguntas como la siguiente ¿Podrían dos cucharadas de pintura para dedos cubrir toda la hoja de papel? ¿Qué piensas?

Invitar a los niños a ofrecerse como voluntarios para que los compañeros adivinen su peso y luego comprobar sus estimaciones utilizando una báscula resulta ser una actividad que entusiasma y despierta la capacidad de estimación, necesaria en el desarrollo de la matemática en el nivel de educación básica. Ayude a hacer una tabla con sus estimaciones y hallazgos ¿Notan ellos cambios en su exactitud?

El educador también puede colaborar a los niños con la anotación de los tamaños al hacer atavíos, disfraces o ropa para muñecas. Una interesante invitación sería la creación de modelos a escala de objetos usando barro, trozos de madera, cajas o cartón piedra.

Las anteriores son maneras de acercar a los estudiantes al desarrollo de procesos de pensamiento de orden superior a partir del pensamiento métrico. Para que el esfuerzo quede totalmente invertido en pro de procesos de construcción de conocimiento y de razonamiento es necesario que el educador utilice el lenguaje de la medición: unidad, llenar, carga, balanza, metro, área; que solicite a los estudiantes comparar objetos materiales desde características como: ancho o angosto, pesado o ligero, lejos o cerca, ahora o más tarde.

De igual forma es conveniente utilizar las preguntas de los niños para empezar estudios a fondo de cómo y por qué la gente mide cosas, entre esas preguntas aparecen algunas como ¿Contienen todas las loncheras la misma cantidad de cosas? ¿Cuánto pesa el papel que se va a reciclar? O tal vez tenga un poco de tiempo y en la realización de un proyecto de aula pueda ayudar a los niños a construir encuestas para aplicar a los adultos sobre las cosas que miden en casa y en sus trabajos.

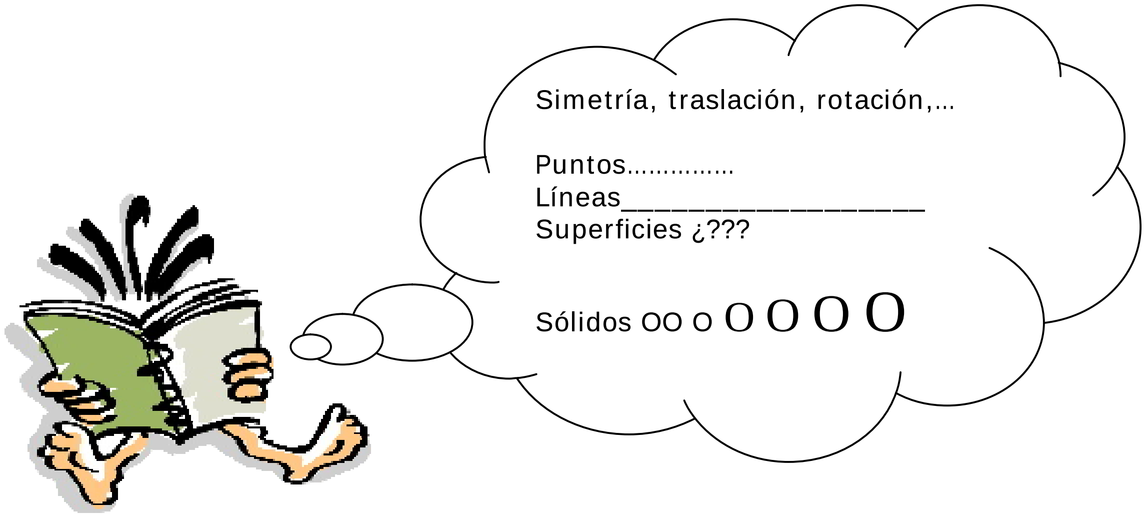
Es importante tener en cuenta que la construcción y comprensión del concepto de magnitud toma tiempo, el necesario para que los estudiantes creen en el objeto la magnitud concreta, definida como la cantidad susceptible de ser medida (largo, ancho, grosor, entre otros) para que luego de fundirla en una sola o abstraer las magnitudes en una sola pueda concretizar una idea abstracta como magnitud, por ejemplo la longitud, el área o el volumen.

El concepto de magnitud se comienza a construir cuando es posible comparar objetos e identificar que existen algunos, por ejemplo, más largos o más gruesos que otros.

El desarrollo de la conservación, implica para los estudiantes la "captación de aquello que permanece invariante a pesar de las alteraciones de tiempo y espacio y es imprescindible en la consolidación de los conceptos de longitud, tiempo y espacio" (Lineamientos curriculares de matemática, p. 64)

No es necesario seleccionar unidades cuando de medición se trata, no obstante para refinar un poco más la respuesta, si es preciso seleccionar una unidad de medida, es la cantidad de la magnitud la que debe ser identificada suficientemente bien para combinarla con un sistema numérico previamente construido.

CAPÍTULO 3. ALGUNAS IDEAS GEOMÉTRICAS



1. SÓLIDOS, SUPERFICIES, LÍNEAS Y PUNTOS

En el escenario donde los seres humanos se desenvuelven, la presencia de objetos geométricos es innegable, la buena definición de cada uno de ellos puede ser estudiada geométricamente, de tal manera que es posible considerar, por ejemplo, los sólidos y las superficies definiéndolos de la siguiente manera:

Un sólido es un objeto geométrico que ocupa cierto espacio y que se encuentra delimitado por una superficie, la cual determina su interior y su exterior. A dicha superficie se le nombra como frontera del sólido. Igualmente se pueden plantear las fronteras de las superficies, estas se encuentran constituidas por líneas curvas o por segmentos de líneas rectas. En el momento en que se sigue el recorrido de la línea, si se llega al mismo punto de partida, se dice que la frontera es cerrada. En conclusión, puede decirse que la frontera de los sólidos es la superficie y que la frontera de las superficies es la línea. Es además conveniente tener presente que hay superficies que no poseen frontera como la esfera.

Con esta claridad, es posible entonces comenzar el estudio de la geometría a través de los sólidos y sus superficies, luego las líneas como fronteras de las superficies y finalmente los puntos como fronteras de las líneas. Así las cosas, puede decirse que "la geometría es el estudio de las propiedades de los sólidos, de las superficies, de las líneas y de los puntos, así como las relaciones de estas propiedades".[28]

2. HABLAR DE GEOMETRÍA DESDE LAS TRANSFORMACIONES

La geometría, en otras palabras, es el estudio de las propiedades del espacio. Las propiedades de las transformaciones como base del estudio de la geometría, son una rama de la misma y a ellas se dedican los primeros recorridos de la vida escolar a partir del nivel de preescolar. Cada vez se considera con mayor ahínco la geometría, como el estudio de las propiedades de los objetos geométricos que permanecen invariantes luego de aplicada una transformación.

En este estudio aparece un concepto que es importante reconocer, el de topología. La topología es el estudio de las propiedades de los objetos que permanecen invariantes luego de aplicarles transformaciones biunívocas y bicontinuas y a estas transformaciones se les denomina transformaciones topológicas. Una transformación topológica de una figura A en otra figura A`(ver figura 1) está dada por cualquier correspondencia

P $\Longleftrightarrow$ **P`** entre los puntos P de A y P`de A`que cumplan las dos propiedades siguientes:

La correspondencia es biunívoca. Lo que significa que a cada punto P de A, le corresponde exactamente un punto P`de A`, y recíprocamente (ver figuras 2 y 3).

[28] DIENES Z.P., Golding. Como utilizar los bloques lógicos. Sexta Edición. Barcelona: Editorial Teide, 1984. p. 10.

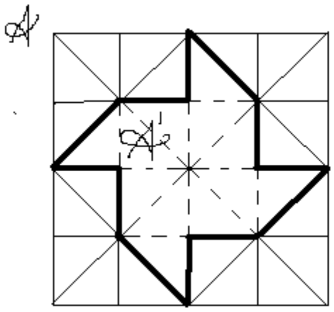


Figura 1

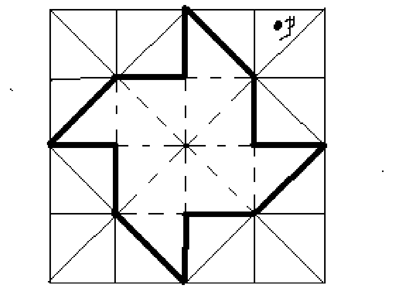


Figura 2

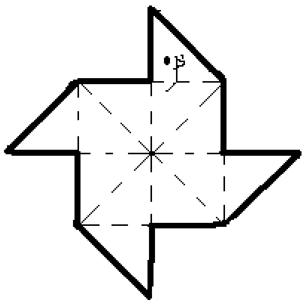


Figura 3

La correspondencia es bicontinua. Lo que significa que se toman dos puntos P y Q cualesquiera, de A, y se mueve P de manera que la distancia a Q tienda a ser cero, entonces la distancia entre los correspondiente P´ y Q´ de A´ también tiende a cero, y recíprocamente (ver figuras 4 y 5)

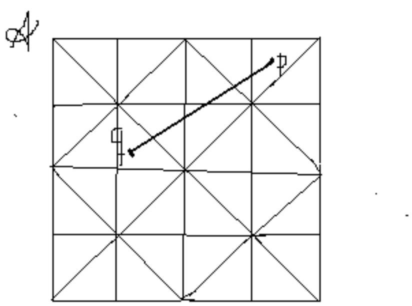


Figura 4

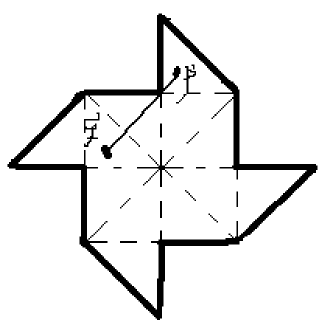


Figura 5

“Imagine una figura copiada a mano alzada por un dibujante consciente pero inexperto, que curvara las líneas rectas y alterara los ángulos, las distancias y las áreas; entonces aunque se habrían perdido las propiedades métricas y proyectivas de la figura primitiva, las propiedades topológicas quedarían iguales”. [29]

3. LA GEOMETRÍA DESDE LAS NOCIONES PROYECTIVAS

Para la proyección de sombras se utiliza un foco luminoso puntual. La geometría proyectiva es el estudio de las propiedades de los objetos geométricos que trazados en un plano y proyectados por un foco luminoso, permanecen invariantes. Así, un punto interior en un objeto geométrico se proyecta según un punto geométrico del objeto proyectado. De ahí que los interiores son invariantes al aplicar una proyección y la proyección de un segmento de recta que une dos puntos interiores de un objeto, es un segmento de recta que se encuentra en el interior del objeto geométrico proyectado.

4. LA GEOMETRÍA EUCLIDIANA

La geometría euclidiana es el estudio de las propiedades de los objetos geométricos que permanecen invariantes ante un desplazamiento en el espacio, conservando las distancias y los ángulos de los objetos. Por lo tanto, toda proposición referente a las distancias entre objetos geométricos o entre ángulos presentes en los mismos, refiere a conceptos euclidianos.

5. LAS SIMETRÍAS

Para el estudio de las simetrías, se considerará la presencia de un espejo que permite ver la imagen del objeto geométrico que se pretende transformar. Su trabajo comienza con uno o dos ejes de simetría y poco a poco se va aumentando la cantidad.

---

[29] ENCICLOPEDIA SIGMA. Tomo 4. p. 177.

6. EL CONCEPTO DE CONJUNTO EN LA CLASE DE GEOMETRÍA

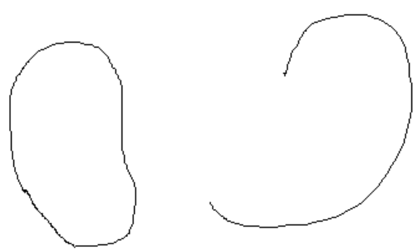
Los elementos que conforman el conjunto universal son los puntos en todo el espacio. Así, en una superficie cerrada la frontera de esta separará el conjunto de puntos interiores del conjunto de los puntos exteriores. Por lo anterior, es pertinente hablar de ciertas transformaciones (operaciones) como:

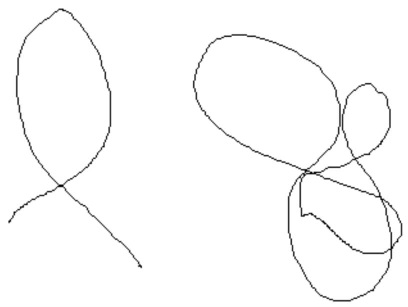
- La intersección de superficies. Es conocida usualmente como la arista entre dos superficies planas, entendida como el conjunto de los puntos repartidos sobre ella incluyendo los extremos de esta (que son los vértices). Si dos aristas se intersectan, su resultado será un punto. Así que las intersecciones entre superficies son líneas y las intersecciones entre líneas son puntos.

- La unión. Si se trata de unir aristas, es conveniente tener presente que el resultado no será el mismo conjunto de las aristas, puesto que en un caso se tiene un conjunto de puntos y en el otro un conjunto formado por segmentos de recta, por eso, es importante tener claro de qué conjunto universal se habla.

7. LAS FRONTERAS

Estas pueden ser simples o no simples. La frontera simple permite partir de un punto para recorrerla y llegar al mismo punto sin pasar dos veces por el mismo lugar. Es decir, en ella, no se presentan puntos de cruce, mientras que en una frontera no simple si.





Frontera simple
Cerrada y abierta

Frontera no simple
Cerrada y abierta

Es importante y además necesario que se establezca la relación entre la región, la naturaleza de las fronteras y las dimensiones de ambas si se desea definirlas a los estudiantes, para ello se presenta la siguiente tabla:

Región a definir	**Naturaleza de la frontera**	**Dimensión**	
		De la región	**De la frontera**
Porción de espacio	Superficie	3	2
Porción de superficie	Línea	2	1
Porción de línea	Puntos (en número finito, generalmente dos)	1	0

UNIDAD 4. PENSAMIENTOS ESTADÍSTICO Y VARIACIONAL Y CONTENIDOS DESDE MATERNAL HASTA TERCERO DE BÁSICA PRIMARIA

CAPÍTULO 1. PENSAMIENTO VARIACIONAL Y ESTOCÁSTICO

1. PENSAMIENTO VARIACIONAL Y LOS SISTEMAS ANALÍTICOS

El álgebra se entiende como un sistema operatorio de símbolos los cuales sirven a un sistema conceptual determinado. Por ejemplo: el álgebra de los sistemas de conjuntos, el álgebra de la lógica, el álgebra lineal para la geometría, el álgebra de los números reales, el álgebra de las funciones.

Esta diversidad responde al desarrollo del Pensamiento Variacional, en el cual se busca dotar de operaciones el conjunto que se posee, y dar cuenta de los algoritmos simbólicos que van desarrollándose. Para mejorar el sistema con el análisis matemático, se detectan los sistemas analíticos cuyos objetos son las funciones que permiten pensar en forma variacional.

Hay que ejercitar a los niños en la interpretación crítica en la transformación de datos. Las operaciones se estudian como transformaciones sobre los elementos de un sistema, una operación significa una acción, una transformación o una función y es tal si se cumplen dos condiciones: de cada elemento del conjunto de partida parte una y solo una relación y la respuesta encontrada luego de aplicar la operación es única.

Una operación es asociativa, cuando el pensamiento queda libre para realizar agrupaciones en diferente orden y un mismo resultado puede obtenerse por procedimientos diferentes. Por ejemplo: en la operación 1 + 2 + 4 puede hallarse primero 1 + 2 y luego agregarle 4, o bien a 1 agregarle 2 + 4. El resultado es el mismo y conociendo 2 de los sumandos es posible calcular el tercero.

Hay una estrecha relación entre operación y acción. Hasta los 2 años aproximadamente un niño necesita ejecutar la acción que le plantea un problema, no puede imaginarla, ni representarla; más adelante, puede ejecutarla interiormente, sin movimientos visibles. Cuando comienza a operar a través de las acciones de aumentar, reunir, agrupar o quitar, entre otras, deberá ejecutar las acciones antes de interiorizarlas.

Piaget define una operación desde el punto de vista psicológico, como una acción interiorizada, evocada en ausencia de la acción concreta, asociativa y reversible. La operación es reversible, es decir, puede invertir el sentido de la acción. Comprender una operación desde el punto de vista psicológico, como una acción interiorizada, evocada en ausencia de la acción concreta, asociativa y reversible.

Comprender una operación significa entender su concepto, sus aplicaciones y relaciones y no sólo conocer el mecanismo del cálculo y el algoritmo. Las operaciones se diferencian poco a poco a partir de esquemas de acción elementales para formar sistemas cada vez más complejos.

La suma o adición es la primera operación asociada a la acción de contar. Se define la suma de 2 números a y b al número S de elementos formados por todos los elementos de a y b; la expresión simbólica es: $a + b = S$. Los números a y b se llaman sumandos y S es el total.

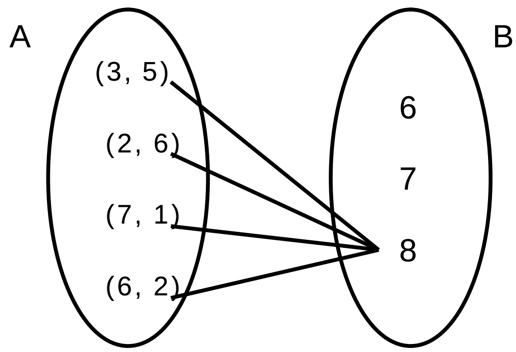
La operación suma es tal que si se suman dos o más números naturales se obtienen otro número natural. Esta propiedad se llama ley interna ley de cierre o ley de la clausura, ya que el resultado de la operación es un número perteneciente al conjunto de partida de la operación. Por lo anterior, la suma es denominada operación binaria interna.

La suma como función. La adición puede plantearse como una aplicación del conjunto de pares ordenados de números naturales en el conjunto de números naturales, de tal forma que a cada par ordenado de números naturales le corresponde un solo número natural – que es su suma- por eso la **suma es una función**.

Los pares que tienen el mismo resultado se llaman pares equivalentes para esa relación. Ejemplo:

(3; 5); (2; 6); (7; 1); (6; 2; (5; 3); (4; 4); (8; 0)

Distintos pares ordenados pueden tener un mismo resultado, una misma imagen. Todos los pares ordenados de números naturales pueden ser sumados y el resultado es único, por eso la suma es una función.



Propiedades de la suma.

Propiedad conmutativa: el orden de los sumandos no altera el resultado:
$a + b = b + a = s$

Propiedad asociativa: si se reemplazan dos o más sumandos por su suma efectuada, la suma total no varía; el orden en que se agrupan los sumandos no altera el total:
$(a + b) + c = a + (b + c) = s$

Elemento neutro: el elemento neutro en una operación es aquel que mantiene invariante el resultado. El elemento neutro en la suma es el número 0.
$0 + a = a + 0 = a$

Propiedad disociativa: si uno o varios sumandos son reemplazados por sus partes, el total no varía. Ejemplo: 14 + 8 = (10 + 4) + 8 = 22.

En el conjunto de los números naturales la suma define una función y cumple la ley de clausura: si se consideran pares ordenados de números naturales y se vinculan los componentes mediante la operación suma, de tal forma que a cada par ordenado de números naturales se le asignen como imagen sus sumas, se obtiene una relación funcional.

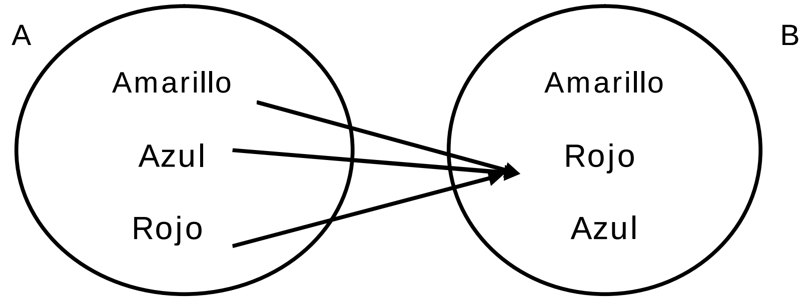
La imagen es otro número natural, es decir, que el resultado de la operación pertenece al mismo conjunto; la operación suma es cerrada en el conjunto N (naturales)[30].

Par ordenado →	(3, 5) → 8	← Imagen
Par ordenado →	(4, 2) → 6	← Imagen
Par ordenado →	(1, 8) → 9	← Imagen

En el álgebra siempre se define una relación de igualdad, ejemplo: la muñeca y el carro son iguales porque ambos son juguetes. La abstracción de las propiedades de los juguetes son difíciles para los niños, hay que crearles el hábito de pensar, para crear así una reflexión continua sobre las acciones, teniendo en cuenta que a través del álgebra se resuelven problemas, por ejemplo, cuando se hacen transformaciones por color usando los bloques lógicos, se está haciendo una función.

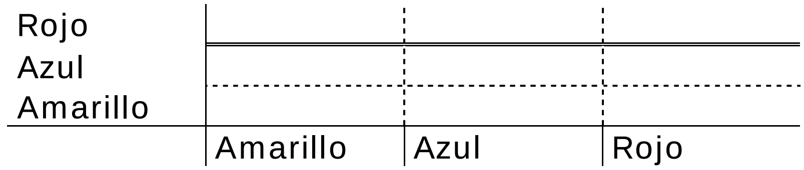
Por ejemplo: definir una transformación del color TC.

Todas las figuras se van a transformar al rojo.



[30] DALLURA, Lucía. La matemática y su didáctica en el primero y segundo ciclos de la E.G.B. Un enfoque constructivista.

Es una función constante da una línea paralela en el Eje X



En el siguiente recorrido teórico por el pensamiento variacional, se tendrán como fundamentos algunos apartes tomados de los Lineamientos curriculares del área de matemática:

El Pensamiento Variacional propone el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permiten analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problema, tanto de las actividades prácticas del hombre, como de las ciencias y la matemática, en las cuales la variación se encuentra como sustrato de ellas, así la variación se intenta cuantificar por medio de las cantidades y las magnitudes.

Las situaciones problemáticas exigen reconsiderar lo aprendido para aproximarse a las conceptualizaciones propias de la matemática. Entre los diferentes sistemas de representación asociados a la variación se encuentran los enunciados verbales, las representaciones tabulares, las gráficas de tipo cartesiano, las representaciones pictóricas.

El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas referidas a los cambios de la vida práctica. La organización de la variación en tablas puede usarse para iniciar en los niños el desarrollo del Pensamiento Variacional por cuanto la solución de tareas que involucran procesos aritméticos, inicia también la comprensión de la variable y de las fórmulas.

La aproximación numérica y la estimación deben ser argumentos usados en la solución de problemas, particularmente la gráfica, tiene como fin abordar los aspectos de la dependencia entre variables estando la noción de función como dependencia.

La resolución de problemas debe ser un objetivo primario en la actividad matemática para lograr el desarrollo de una mente adquisitiva, que aumente su capacidad para comunicarse matemáticamente y desarrollar altos niveles de pensamiento.

Para Polya: "Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad..." este autor retomado en los Lineamientos curriculares del área de Matemática, cita cuatro fases para resolver problemas:

- Comprensión del problema
- Concepción de un plan
- Ejecución del plan
- División retrospectiva

El razonamiento matemático está ligado a la comunicación, como modelación y como procedimiento. Razonar es la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión y debe dar cuenta del cómo y del por qué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.

- Justificar las herramientas usadas.
- Formular hipótesis, predicciones, conjeturas.
- Utilizar argumentos propios para exponer ideas.

Los modelos que hacen los niños se pueden referir a una situación ideal, a un esquema, a una descripción o a una forma de simbolizar. La modelación es un proceso muy importante en el aprendizaje de la matemática, que permite a los estudiantes observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa.

Los niños modelan las situaciones cuando logran entenderlas, es decir, ya han construido su modelo mental, a través de la experiencia. Primero modelan situaciones de la vida real y estas tienen estrecha relación con el nivel del lenguaje que los estudiantes poseen.

En el proceso de construcción de este pensamiento, además de la modelación, hay que tener en cuenta el aprendizaje de procedimientos o modos de saber hacer, estos tienen que ver con los conocimientos en cuanto a actuaciones o destrezas, métodos, etc., para resolver situaciones.

En resumen: el Pensamiento Variacional se inicia con las tablas babilónicas y estas fueron trabajadas con base en la variación, su análisis parte de la situación problema para luego pasar a la numeración, al cálculo y al lenguaje matemático.

Tiene en cuenta el Sistema Numérico dando primacía a la observación y al cálculo, expresados en un lenguaje matemático a través de preguntas abiertas y requiere de los otros cuatro pensamientos: numérico, espacial, métrico y aleatorio, para poderse consolidad con el paso de los grados en el proceso de formación lógico matemática de los estudiantes.

Parte de lo simple a lo complejo para dar paso a la enumeración y al uso de fórmulas algebraicas, en el plan de desarrollo de este pensamiento, se perfila la comprensión, concepción, ejecución y visión sistémica del área por parte del educador. Además, requiere que se tenga en cuenta la formulación de problemas como eje central en el currículo para la enseñanza de la matemática.

La variacionalidad permite diversidad de respuestas a un mismo problema, por su aspecto analítico se requiere de una mente adquisitiva y una comunicación matemática adecuada tanto del educador al estudiante, como en el sentido contrario y su razón matemática se identifica en la comunicación y la modelación.

Las actividades se estudian de acuerdo al grado de dificultad teniendo en cuenta el nivel, la edad y el dominio del tema por parte de los niños.
El desarrollo de este pensamiento permite, además, dar cuenta del cómo y por qué de la acción de cualquier tipo de problema a partir de la formulación de hipótesis.

El niño poco a poco adquiere niveles cada vez mayores de confianza, puesto que aprende a ver otros puntos de vista al darse cuenta que sus respuestas no son erradas o que otro tiene la razón. Los pensamientos convencional, algebraico y analítico se encuentran íntimamente conectados. Es convencional porque parte de una situación problema dentro de un conocimiento inter-estructurado, donde se permite: analizar, organizar y modelar. Con el pensamiento algebraico se logra la cuantificación de la variación usando la observación, cálculo y el lenguaje matemático. Y gracias al pensamiento analítico se logra, al integrar los dos anteriores, fortalecer la formulación, construcción y solución de situaciones problema, adquirir, generalizar, verificar y aplicar nuevas comprensiones en la matemática misma y en otras ciencias.

2. EL PENSAMIENTO ESTOCÁSTICO Y LOS SISTEMAS DE DATOS

Tanto el pensamiento estocástico como el variacional se trabajan con mayor ahínco y son el eje sobre los cuales se fundamenta el trabajo matemático, sobre todo en el proceso de formación en el nivel de la educación media, no obstante, su proceso de construcción debe comenzar en los primeros grados de escolaridad del niño. Cabe anotar que en los inicios de la formación lógica matemática del estudiante, el eje sobre el cual giran los procesos es el pensamiento numérico, de hecho en las relaciones que se logren establecer por parte del educador entre este conocimiento y los demás pensamientos por desarrollar en el trabajo matemático, radica el éxito en el aprestamiento lógico matemático que se logre alcanzar.

Con la anterior claridad y apoyados nuevamente en los Lineamientos curriculares del área de matemática, puede decirse a lo largo de este texto lo siguiente:

Hacen parte del pensamiento estocástico la estadística y las probabilidades, aplicadas a la interpretación de encuestas, resultados de investigaciones, datos estadísticos y gráficas de toda clase. Los niños adquieren capacidad para utilizar las funciones representando procesos de la vida real. Con la modelación matemática se fomenta el Pensamiento Variacional y el dominio de los sistemas analíticos.

En el desarrollo y construcción de este pensamiento, "se estudian algunos conceptos fundamentales de estadística que sirven para interpretar modelos de la realidad. Se inicia con la recolección de datos, su organización en tablas de frecuencia y su representación en diagramas. Se hace algún análisis de los datos recogidos y tabulados mostrando lo que puede deducirse de ellos y como pueden compararse entre sí. Se propone ejercitar la lectura inteligente y crítica de los informes estadísticos, ejercitando así a los niños en la interpretación crítica y en la transformación de datos".[31]

[31] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Matemática propuesta de programa curricular. Educación Básica Secundaria. Currículo y Medios Educativos. Bogotá D.E., 1990. p. 13.

Este pensamiento propone el manejo de la incertidumbre puesto que algunos fenómenos que aparentemente son manejados por el azar son ordenados por la estadística. Investigadores como Shanghnessy (1985) proponen el desarrollo del Pensamiento Aleatorio por medio de la probabilidad y la estadística regidos por un escrito de exploración y de investigación por parte de los niños y de los docentes.

A partir del texto de los Lineamientos curriculares del área de matemática, puede decirse que el Pensamiento Aleatorio o Estadístico significa resolución de problemas a través de la búsqueda de respuestas a preguntas que utilizan como medio la recolección y análisis de datos. Primero se adquiere una información sobre un tema específico, luego se representa en gráficas para ser interpretados; de los resultados arrojados nacen nuevas hipótesis que les permiten a los niños volver nuevamente a explorar dentro de una situación determinada.

Este tipo de actividades encuentran relaciones con otras áreas del currículo poniendo en práctica conocimientos sobre los números, las mediciones, la estimación y las estrategias de resolución de problemas. Para la recolección de información se debe tener claro que ésta pertenece a un sistema de datos, por tanto, se debe seguir un orden, bien sea alfabético o numérico y una estructura sobre el tema.

Durante la búsqueda de información se hace uso del pensamiento inductivo el cual permite realizar diferentes inferencias, las cuales también van a tener múltiples posibilidades de ser ciertas. Las representaciones gráficas como las circulares, los histogramas y los diagramas de árbol, son elementos utilizados en matemática, que permiten captar la aleatoriedad y la incertidumbre y sobre ella, los niños evalúan y toman decisiones, teniendo la oportunidad de utilizar varios esquemas.

3. EL ESQUEMA EN LA MATEMÁTICA

Cuando se habla de competencia matemática se hace referencia a la matemática como resolución de problemas, como razonamiento y como comunicación, en la cual el niño integra a su hacer cotidiano el conocimiento matemático y vive la matemática como una camino para comunicarse, otorgándole sentido y significado para aplicarla en situaciones que requieren para su solución, razonamiento y modelación matemática. Se valora entonces la capacidad de los niños para aplicar lo que saben en la resolución y planteamiento de problemas dentro de la matemática y en las otras disciplinas; la capacidad de utilizar el lenguaje matemático al comunicar ideas y la capacidad de razonamiento y análisis.

La lengua materna le permite al niño expresar todas sus ideas incluso la matemática con su limitado vocabulario. El niño puede expresar sus ideas sobre cantidad, posición en el espacio, tamaño, diferencias y semejanzas, cualidades de los objetos, todos esos conceptos eminentemente matemáticos. En esta primera etapa de la vida, el lenguaje matemático y la lengua materna son uno.

Cuando el niño aprende a describir los números se debe hacer la transición a un lenguaje puramente simbólico utilizando los símbolos +, -, =, se debe continuar en su construcción. Hay que darle al niño tiempo para adquirir los conceptos y verbalizar antes de escribirlos y que sienta la necesidad de plasmarlos.

La matemática es un lenguaje. La secuencia de aprendizaje del niño en edad preescolar es la misma para el estudiante de cualquier edad. Dicha secuencia se resume en:

- **El mundo real presenta situaciones matemáticas**

El ser humano las experimenta, las elabora, las relaciona con otras, las comenta, las discute y las aclara, únicamente y después de mucho hablar los conceptos matemáticos, el hombre los escribe. Finalmente, el hombre lee lo que ha escrito y lo que han escrito otros otorgándole un significado.

Entonces todo lenguaje, como sistema semántico ha nacido para decir, contar, expresar algo. Este es el sentido cotidiano que se da a la palabra lenguaje, un sistema semántico donde cada signo ya sea oral o gráfico, escrito o dibujado, tiene asignado un significado. Según Piaget, el lenguaje está íntimamente relacionado con la asimilación de la experiencia, con la estructuración de lo real.

El campo conceptual, además, conjuga muchos tipos de conocimiento matemático lo que permite agrupar importantes procedimientos y procesos matemáticos. En consecuencia, integra la experiencia cultural del niño con la matemática y esta práctica no la enfrenta con un objeto matemático aislado, aprovecha la solución de situaciones y problema para que el estudiante desarrolle competencias no formales sobre la matemática.

En los escenarios donde se vive la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, el niño debe explorar, verificar y buscarle sentido a esta actividad a partir de de actividades que le impliquen interactuar con los demás. Así logra humanizar la matemática al mirarla como un esfuerzo del hombre para comprender el mundo que le rodea en la búsqueda continua de su aplicación concreta, con formas de pensar productivas e independientes, con el reconocimiento de su recorrido histórico y con los aportes de varios grupos de hombres que han logrado y continúan buscando el desarrollo actual.

Por las razones mencionadas a lo largo del recorrido de este apartado, puede decirse que el lenguaje y matemática son uno en la medida en que permiten la actividad intelectual del niño y lo conducen a la formación de conceptos y al desarrollo de un pensamiento verbal lógico-abstracto. De ahí, la importancia de propiciar en los espacios educativos matemáticos el accionar espontáneo y libre sobre objetos y hechos reales, con el fin de que los niños tengan la oportunidad de orientarse, empleen la lógica y el lenguaje propios y logren la orientación mental previa que los conduzca a la solución requerida para que se de el diálogo necesario consigo mismo y con el otro, que puede ser un par o su educador, lo que implica pensar con lógica y utilizar el lenguaje a medida que elabora de ideas y conceptos.

Es necesario entonces, estimular el desarrollo del lenguaje como expresión y como herramienta de comunicación que permite llevar a los niños a:

- Describir en forma oral o escrita los procesos mentales que condujeron a la solución de un problema.
- Expresar en el lenguaje matemático situaciones descritas en el lenguaje corriente.
- Enunciar problemas y preguntas nuevas.
- Plantear conclusiones entre todos.
- Representar aspectos de la historia de la matemática.

Se deben desarrollar los sistemas de pensamiento lógico que permitan observar la realidad natural y social, criticarla e intervenir con alternativas de solución para su transformación, la categorización lógica en los niños orientada hacia la identificación de los elementos que constituyen una situación específica a partir de la utilización de medios como: los juegos con bloques lógicos, la solución de problemas de razonamiento lógico, el empleo de diagramas lógicos, la construcción individual de procesos teniendo en cuenta saberes previos, la manipulación de objetos, el desarrollo histórico de la matemática, el ábaco y el plegado como herramienta para comprender la geometría.

Puede entonces concluirse, con el recorrido realizado a lo largo del texto y del curso mismo, que el aprendizaje de la matemática es un ejercicio que permite engendrar, cultivar y desarrollar la lógica, el pensamiento coherente y estéticamente ordenado, la capacidad de abstracción y el desarrollo de las características propias de las personas, es decir, el desarrollo humano; si la conclusión anterior es clara, muy probablemente, se ira desmitificando el concepto existente alrededor de la imposibilidad de construir conocimiento matemático, de la necesidad de genialidades para alcanzar a comprenderla y de que es el "coco" en el proceso de formación del estudiante a lo largo de toda su vida.

- **La toma de conciencia**

El poder que tiene un determinado conocimiento para una persona, está directamente relacionado con el nivel de conciencia que posee sobre dicho conocimiento, y este se manifiesta a partir de el saber hacer, el poder comunicar verbalmente lo que se sabe hacer y el poder representar lo que sabe para comunicarlo en condiciones no inmediatas. En matemática se hace uso del lenguaje matemático como un instrumento para expresar y comunicar lo que se sabe sobre un problema determinado.

Por eso es necesario que el estudiante explicite lo que piensa y se plantee la necesidad de representar por escrito y de forma argumentada a partir de los porqué, cada uno de los procedimientos utilizados en la resolución de un problema determinado, de esta forma, da cuenta de la manera como está organizado su pensamiento.

4. LA EVALUACIÓN EN MATEMÁTICA DESDE LOS LINEAMIENTOS CURRICULARES

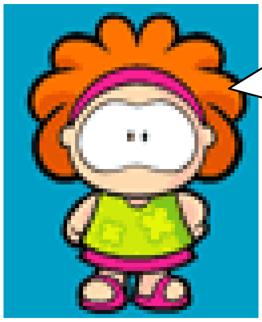
Es importante aún desde los procesos de formación inicial en matemática que el educador tenga presenta que el proceso de evaluación de los estudiantes es continuo y que para ello es vital tener en cuenta elementos como: su actitud, dedicación, interés, participación, capacidad de diferenciación en el área, su habilidad para asimilar y comprender informaciones y procedimientos; su refinamiento progresivo en los métodos para conocer, analizar, crear y resolver problemas, y su inventiva o tendencia a buscar nuevos métodos o repuestas para las situaciones. Lo anterior incluye elementos tan variados como:

- Las concepciones de los alumnos sobre los conceptos.
- Los cambios que presentan en las concepciones mediante la participación activa de los estudiantes durante la construcción de los conocimientos.
- La comprensión de los conocimientos básicos en un momento dado.
- El estado de conceptualización alcanzado frente a los saberes formales.
- Las formas de comunicación de concepciones y conceptos.
- La capacidad para aplicar los conocimientos.
- La capacidad para interpretar, plantear y resolver problemas.
- Los estilos de trabajo: solitario y colectivo.
- La adquisición de destrezas.
- La participación individual en tareas colectivas.
- El interés por ampliar los conocimientos discutidos en el aula.
- La capacidad de lectura y escritura de temas relacionados con el área.
- La capacidad de reflexionar, críticamente, sobre lo que se aprende, lee o escribe.

Además es pertinente tener en cuenta la diferenciación entre las respuestas de los estudiantes y las soluciones. Las respuestas, son una especie de acuerdo del sujeto con él mismo, las soluciones pertenecen a los saberes formales. Con estas claridades, no existen respuestas equivocadas desde el punto de vista del sujeto, pero sí lo pueden estar desde el saber formal o desde el pensamiento de la cultura aceptada. Parte importante del trabajo del educador consiste en lograr que las respuestas de los estudiantes sean confrontadas con las soluciones, sobre todo en aquellos casos donde no es posible aceptar, razonablemente, las respuestas como soluciones. Es el caso de los saberes matemáticos que todo estudiante requiere conocer para interactuar en el entorno socio- cultural que le corresponde. Por eso, debe pensarse en la coherencia entre las concepciones de los estudiantes y los conceptos de los saberes formales, y entre los propósitos diseñados para la formación y los logros alcanzados.

CAPÍTULO 2. DIMENSIONES, ESTÁNDARES Y MATEMÁTICA DESDE MATERNAL HASTA TERCERO DE BÁSICA PRIMARIA

Esta es el área de Matemática en los siguientes grados: maternal, prejardín, jardín y transición en el preescolar y primero, segundo y tercero de básica primaria



1. ESTÁNDARES CURRICULARES PARA MATEMÁTICA

La matemática puede definirse en términos del lenguaje natural como una manera de pensar caracterizada por diversos procesos como la exploración, el descubrimiento, la clasificación, la abstracción, el cálculo, la predicción, la descripción, la deducción, la medición, entre otros. Esto se ha dado desde los primeros tiempos a través de actividades que hacen parte de la cultura y se ha convertido en un poderoso medio de comunicación que permite representar, interpretar, explicar y predecir lo que sucede alrededor. Se puede decir en términos de Gauss (ya más elaborado) que la matemática es el estudio de las relaciones generales entre elementos de conjuntos abstractos.

Dentro de la enseñanza de la matemática se deben tener en cuenta los siguientes elementos:[32]

[32] Fundamentados en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, que han sido el resultado del trabajo de estudiosos del área en el país y propician el camino para diseñar escenarios y ambientes de aprendizaje que promuevan aprendizajes significativos en el área, sin perder el rigor y aporte que ésta brinda en procesos de construcción de conocimiento.

- **Pensamiento numérico**

Es iniciar al niño en el concepto intuitivo de los números a través de las actividades de conteo, organización y seriación con diferentes elementos. Este componente del currículo procura además, que los estudiantes adquieran una comprensión sólida tanto de los números, las relaciones y operaciones que existen entre ellos, como de las deferentes maneras de representarlos

- **Pensamiento espacial y sistemas geométricos**

El componente geométrico del currículo además, deberá permitir a los estudiantes examinar y analizar las propiedades de los espacios bidimensional y tridimensional, así como las formas y figuras que se encuentran en ellos, a través de una actividad espontánea y lúdica. De igual forma, ha de proveerles de herramientas tales como el uso de transformaciones y simetrías que permitan el análisis de situaciones matemáticas, el argumento de relaciones geométricas y la modelación geométrica para resolver problemas.

- **Pensamiento métrico y sistema de medidas**

Se inicia el análisis de los elementos del entorno y las características que los diferencian y se da un acercamiento al proceso de medir. A partir de este componente del currículo, se pretende llegar a cuantificar numéricamente las dimensiones o magnitudes que surgen en la construcción de los modelos geométricos y en las relaciones de los objetos externos a las acciones realizadas.

- **Pensamiento aleatorio**

Este componente del currículo, garantiza la capacidad de los estudiantes para plantear y resolver situaciones posibles de solucionar a partir de la recolección sistemática y organizada de datos. Igualmente, los estudiantes desarrollan la capacidad de ordenación y presentación de datos que en diferentes grados de dificultad, se podrán organizar a partir de métodos estadísticos para analizarlos, desarrollar y evaluar inferencias y predicciones a partir de ellos.

- **Pensamiento variacional**

Este componente del currículo, tiene en cuenta una de las aplicaciones más importantes de la matemática: la formulación de modelos matemáticos para diversos fenómenos. Por ello, es tan importante que el estudiante, adquiera progresivamente la comprensión de patrones, relaciones y funciones, así como el desarrollo de la capacidad de representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas, mediante símbolos algebraicos y gráficas apropiadas. Así mismo, se debe desarrollar en el estudiante, la capacidad de analizar el cambio de varios contextos y de utilizar modelos matemáticos para entender y representar relaciones cuantitativas.

En la enseñanza de la matemática los procesos que se hacen presentes y permiten el desarrollo de aprendizajes con significado son:

- **Planteamiento y resolución de problemas**

Esta es una de las mayores prioridades y se debe garantizar que los estudiantes desarrollen herramientas y estrategias para resolver problemas de carácter matemático sencillos y acordes a su edad. Se hace énfasis en un pensamiento reflexivo y crítico.

- **Razonamiento matemático**

Busca estimular en el estudiante la capacidad de investigar y explorar el entorno realizando comparaciones y demostraciones de las diferentes relaciones encontradas.

- **Comunicación matemática**

Permite la comunicación de las ideas y actividades que el estudiante va realizando en relación con el entorno ya sea de manera espontánea o dirigida.

- **Modelación**

A partir de esta, se describe la interrelación entre el mundo real y el mundo idealizado por la matemática. Hans Freudenthal, matemático holandés[33] considera que el núcleo básico del currículo de matemática debe ser el aprendizaje de las estrategias de matematización. El punto de partida de la modelización es una situación problema real.

- **Elaboración, comparación y ejercitación de algoritmos**

Implica por parte del estudiante la realización de cálculos, seguimiento de instrucciones, utilización de NTIC´s (nuevas tecnologías informáticas computacionales), transformación de expresiones algebraicas, medición correcta de longitudes, áreas y volúmenes, entre otras. Lo anterior implica la "realización de acciones matemáticas que suponen el dominio de los procedimientos usuales que se pueden desarrollar de acuerdo con rutinas secuenciadas[34]

Igualmente, es necesario tener en cuenta que desde lo normativo es necesario contemplar elementos como: las ideas básicas acerca del rol del educador y las pautas comprensivas del nivel educativo de preescolar y los tres primeros años de la educación básica. Con respecto al primer aspecto, el educador es considerado como un orientador de procesos de formación (enseñanza) y aprendizaje de sus estudiantes, en contextos específicos. Dada la importancia de su compromiso socia, debe caracterizarse por su alta calidad científica y ética que le permiten desarrollar teoría y práctica pedagógica.

Al nivel preescolar[35] se propone, un currículo en permanente construcción con base en la investigación pedagógica, orientado por tres principios: integralidad, la que demanda una concepción de niño como ser único, social, en contexto; participación, implica el direccionar los procesos de formación al reconocimiento del sí y del otro y, lúdica, es

---

[33] Si desea profundizar en el estudio realizado por este gran matemático, no dude en buscar información sobre el grupo de la Sociedad Freudenthal, uno de los pioneros del trabajo matemático en educación durante el siglo XX.

[34] Lineamientos curriculares de matemática. p. 102.

[35] Ofrecida a niños para su desarrollo integral en aspectos biológicos, cognoscitivos, psicomotrices, socio-afectivos y espirituales, a través de experiencias de socialización pedagógica y recreativa.

reconocida como el gozo, el placer de crear y recrear, generar significados, afectos, visiones de futuro, formas de acción y convivencia.

De acuerdo con lo anterior y desde la perspectiva de la condición profesional del maestro de preescolar, se requiere que desarrolle una concepción política, jurídica, ética, social y pedagógica del niño, donde lo reconoce y le permite orientar y favorecer su proceso de formación como sujeto. Desde los *Lineamientos Generales para la Educación Preescolar*, es posible deducir que la formación del maestro de preescolar debe estar centrada en: el conocimiento de la naturaleza del niño como sujeto multidimensional; el reconocimiento de los procesos de socialización; la orientación de su acción pedagógica conduce a crear condiciones que contribuyan a potenciar el desarrollo de los niños en las diferentes áreas permitiéndoles explorar su capacidad creadora, facilitar la construcción de procesos de subjetivación a partir de sus intereses, motivaciones y desarrollo de sí mismos. Acceder a las construcciones simbólicas propias de su grupo social y reconocer la existencia de visiones compartidas de mundo, propias de un proceso de objetivación.[36]

2. UNA MIRADA DESDE EL COTIDIANO DEL PREESCOLAR

Es importante en este momento aterrizar un poco la rutina diaria del preescolar y las formas como el Aprestamiento de la Lógica Matemática se presenta. Se sabe que la jornada diaria en el aula de preescolar, se desarrolla atendiendo las siguientes áreas: animales y plantas, agua y arena, arte, dramatización, carpintería, música, juegos tranquilos, y biblioteca.

[36] "Los lineamientos tienen como eje fundamental a los niños como seres únicos, singulares, con capacidad de conocer, sentir, opinar disentir, plantear problemas y buscar posibles soluciones. Concibe su educación ajustada a sus características sociales, económicas y culturales; que motive y despierte el deseo de aprender, de investigar, de construir saberes, de convivir con otros, respetarse y valorarse mutuamente, de amar y cuidar la naturaleza; que les permita ser más activos, confiados, críticos, autónomos y partícipes en su medio social y cultural. En la realización de este propósito el docente adquiere una importancia especial, por su misión de introducir a los niños al mundo escolar y crear ambientes propicios para nuevos aprendizajes y el logro de su desarrollo integral." MEN. Preescolar. Lineamientos cuniculares. Niveles de la educación formal. Santafé de Bogotá: Editorial Magisterio, 1998.

Para desarrollar la jornada diaria, el educador debe guiar la organización de las tareas y tiene para ello en cuenta los siguientes períodos: planificación (trabajo libre en las áreas, orden y limpieza), intercambio y recuento, merienda, actividades libres en el espacio exterior (dentro de la institución), paseos y visitas, y actividades colectivas o grupos grandes. Igualmente durante la jornada están incluidas actividades que responden a las áreas establecidas en el sistema curricular y en las cuales están representadas las operaciones del pensamiento lógico matemático: clasificación, seriación, concepto de número, la representación, conocimiento del espacio y comprensión del tiempo, entre otras.

Las operaciones del pensamiento enunciadas en el párrafo anterior, se hacen evidentes de la siguiente forma:

- **La clasificación**

El proceso de aprendizaje consiste en aprender qué grupos de objetos pueden ser definidos de acuerdo con una o más condiciones o cualidades. Por ejemplo, clasificar objetos presentes en el ambiente por color, significa hacer subgrupos de objetos que tienen la misma cualidad establecida.

- **La seriación**

Consiste en ordenar objetos con características similares siguiendo un patrón. Por ejemplo, ordenar de mayor a menor. En el curso de la maduración progresiva desde el punto de vista psicológico, la seriación que supone orden, es una operación importante para comprender la noción de concepto de número. Como ejemplo se tiene al niño que ordena de mayor a menor las tiras de papel cuando el docente se las da de manera desordenada, porque tiene la noción de seriación.

- **El concepto de número**

Se basa en la aceptación de que el número es una propiedad de los conjuntos. En el proceso evolutivo del niño, el concepto de número se desarrolla una vez que ha adquirido las operaciones de clasificación y seriación. Este concepto en el niño de preescolar trasciende al enseñar que un mismo símbolo puede representar varias cosas, así como que símbolos diferentes pueden representar una misma cosa. Por ejemplo, el símbolo 3 representa la propiedad de los conjuntos que tienen tres elementos, así como también es válido usar el término "tres" para representar la misma propiedad.

- **La representación**

Consiste en formar una imagen interior del mundo exterior. Tiene que ver con el principio de conservación que presentó Piaget, en el cual los objetos existen a pesar de no verse en un momento dado, ni posibilitarse la acción sobre ellos. El niño de preescolar puede ejercitar la operación de representación a través de:

- La imitación diferida: la imitación de un acto de suposición.

- La representación a nivel de serial: entendida como el reconocimiento del objeto por alguna de sus partes.
- La representación a nivel simbólico: es el reconocimiento de modelos bidimensionales a través del dibujo.

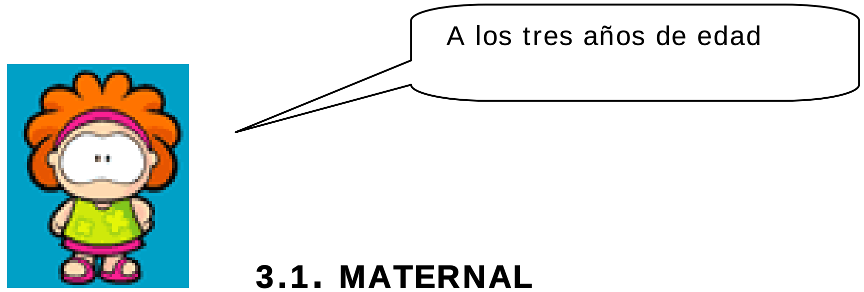
- La representación a nivel de signos: es la representación arbitraria compartida por la sociedad a través de la palabra, el número o el gráfico.

Otros aprendizajes de tipo lógico directamente relacionados con el Aprestamiento a la Lógica Matemática son el conocimiento del espacio y la comprensión del tiempo. En el primero, el niño construye nociones, relaciones y estructuras de los objetos que le rodean, por eso, el niño de preescolar realiza actividades que le permiten progresar en un conocimiento del espacio a partir del conocimiento en el plano. En el segundo, está relacionado con el conocimiento físico y social del niño en el momento en que este construye sucesos y atiende a una secuencia lógica y cronológica de los eventos. La comprensión del tiempo significa además de la reconstrucción secuencial y cronológica del tiempo, la comprensión de las unidades convencionales del mismo.

La matemática como actividad humana, permite al sujeto organizar los objetos y los acontecimientos de su mundo. A través de ellas se pueden establecer relaciones, clasificar, seriar, contar, medir, ordenar. Estos procesos los aplica diariamente el niño cuando selecciona sus juguetes, los cuenta, los organiza.

Para que lo anteriormente señalado se de, es indispensable que el educador conozca la naturaleza del desarrollo del pensamiento del niño, desde la actividad sensoriomotora y las operaciones concretas, hasta el pensamiento abstracto. El educador necesita conocer, además, el nivel de pensamiento en el cual está ubicado cada estudiante. Por lo tanto, en este capítulo se presenta una sugerencia secuencial de contenidos generada a los largo de varios años de trabajo en el área, desde los niveles de preescolar, en la cual se organizan lógicamente los contenidos del área desde el maternal hasta tercero del nivel de básica, en ella se han tenido en cuenta, entre otros, los fundamentos de ley, las teorías que han inspirado este Módulo, la experiencia vivida y el enfoque de sistemas.

3. CONTENIDOS DEL ÁREA DE MATEMÁTICA POR GRADOS



3.1. MATERNAL

LOGRO	INDICADORES	CONTENIDOS
Identificación de las características y/o atributos de los objetos para realizar clasificaciones	Realiza clasificaciones por color con material concreto y figurativo. Identifica y nomina los colores primarios, secundarios y terciarios. Realiza clasificaciones por forma con material concreto y figurativo.	CLASIFICACIÓN
Realización de seriaciones de objetos y figuras con una variable.	Ordena objetos y figuras en serie teniendo en cuenta la variable color. Ordena objetos y figuras en serie teniendo en cuenta la variable forma. Ordena objetos y figuras en serie teniendo en cuenta la variable tamaño. Responde preguntas inferenciales y de relación.	SERIACIÓN
Identificación de los números del 0 al 3 y establecimiento de relaciones con su	Asocia una cantidad de 1 a 3, con el símbolo correspondiente.	

cantidad.	Realiza conteos con correspondencia en el círculo del 1 al 3. Asigna a los números del 1 al 3 la cantidad correspondiente.	CARDINALIDAD
Identificación dentro de una serie ordenada del primero y el último de los elementos concretos.	Señala dentro de una serie ordenada de objetos el primero y el último de ellos. Ubica en una serie ordenada el primero y/o el último elemento. Verbaliza el lugar en que se encuentran el primero y el último de una serie.	ORDINALIDAD
Realización de agrupaciones de elementos con material concreto según una característica dada.	Forma grupos de elementos según una característica dada. Realiza agrupaciones espontáneas dándole un atributo y/o justificándolas.	CONJUNTOS
Utilización de cuantificadores como uno, pocos, muchos y todos para determinar cantidades.	Determina dentro de agrupaciones la cantidad de elementos empleando cuantificadores como muchos y pocos. Diferencia entre uno y todos los elementos de una agrupación.	PROPOSICIONES

Realización de operaciones sencillas de manera intuitiva.	Resuelve situaciones problema agregando cantidades para obtener un resultado en el círculo del 1 al 3. Resuelve situaciones problema quitando cantidades para obtener otra dentro del círculo del 1 al 3. Se inicia en la descomposición de los números del 1 al 3 con material concreto.	CONJUNTOS NUMÉRICOS
Reconocimiento de las figuras geométricas básicas como el círculo, triángulo.	Identifica el círculo. Nomina el círculo. Identifica el cuadrado. Nomina el cuadrado. Identifica el triángulo. Nomina el triángulo. Identifica las figuras geométricas en diferentes objetos. Discrimina figuras geométricas dentro de diferentes objetos.	OBJETOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS
Establecimiento de relaciones espaciales sujeto-objeto.	Ubica objetos arriba y debajo de su propio cuerpo. Identifica objetos que se encuentran adelante o atrás de él. Reconoce qué elementos se encuentran a sus lados.	

	Identifica los elementos que están encima o debajo de sí mismos.	RELACIONES TOPOLÓGICAS
Determinación de la longitud de objetos utilizando los conceptos largo y corto.	Identifica diferencias entre objetos utilizando conceptos como largo y corto. Discrimina las figuras según su longitud.	MEDIDAS DE LONGITUD
Determinación del área de los objetos utilizando los conceptos grande y pequeño.	Establece las relaciones, más grande que y menos grande que, entre varios objetos. Identifica objetos por su tamaño grande o pequeño.	MEDIDAS DE ÁREA
Ubicación temporal hasta tres. Utilización de medidas de tiempo como antes, después, de día y de noche.	Realiza secuencias temporales identificando qué está antes y qué está después. Organiza temporalmente situaciones. Establece diferencias entre día y noche. Identifica las características de cuándo está de día y cuándo está de noche.	MEDIDAS DE TIEMPO
Identificación en el nivel concreto de las características lleno o vacío en objetos específicos.	Diferencia recipientes de lleno a vacío.	MEDIDAS DE CAPACIDAD
Discrimina a nivel concreto objetos pesados y livianos.	Discrimina un objeto pesado y uno liviano.	MEDIDAS DE MASA
Establecimiento de diferencias entre lo frío y lo caliente.	Reconoce en los objetos temperaturas como frío y caliente. Establece relaciones de acuerdo con situaciones que cambian según el frío y el calor	MEDIDAS DE TEMPERATURA

Iniciación en el uso del gráfico de barras para organizar información	Con ayuda del adulto, recoge datos estableciendo comparaciones en el gráfico de barras de más que y menos que. Con ayuda del adulto establece comparaciones en el gráfico de barras de más que y menos que.	RECOLECCIÓN DE DATOS

A los cuatro años de edad

3.2. PREJARDÍN

LOGRO	INDICADORES	CONTENIDOS
Establecimiento de relaciones entre los objetos de acuerdo con sus características	Selecciona y clasifica objetos teniendo en cuenta hasta tres atributos. Descubre criterios de semejanza con base en los cuales pueden agruparse varios objetos. Abstrae las propiedades de un grupo de elementos(clase).	CLASIFICACIÓN
Organización de elementos en serie teniendo en cuenta 2 variables.	Identifica la variable en una serie. Continúa una serie iniciada.	SERIACIÓN
Identificación de los números del 1 al 5 y los relaciona con la cantidad.	Reconoce los símbolos numéricos hasta el 5. Asocia la cantidad con el símbolo numérico del 1 al 5. Realiza conteo con correspondencia del 1 al 10. Representa una cantidad con el número correspondiente.	CARDINALIDAD
Identifica el orden de los elementos en una serie de 1 a 5.	Verbaliza las posiciones que ocupan los elementos en una serie ordenada de 1	

Identifica el orden de los números en la serie de 1 a 5	a 5. Identifica los números omitidos en una serie ordenada de 1 a 5.	ORDINALIDAD
Determinación y representación de conjuntos con material concreto y figurativo	Establece relaciones de semejanzas y diferencias entre elementos de un grupo. Establece relaciones de igualdad y diferencia entre conjuntos. Conforma conjuntos con material concreto y figuras según características similares.	CONJUNTOS
Identificación y utilización de cuantificadores muchos, pocos, todos, uno y algunos como forma de expresar diferentes cantidades.	Utiliza cuantificadores para establecer relaciones entre cantidades. Representa gráficamente diferentes cuantificadores.	PROPOSICIONES
Análisis y solución de operaciones que corresponden a la estructura aditiva en el círculo del 1 al 5.	Resuelve situaciones problema que impliquen suma en el círculo del 1 al 5 a nivel mental y con material concreto. Analiza y resuelve situaciones problema que impliquen resta en el círculo del 1 al 5 a nivel mental y con material concreto.	CONJUNTOS NUMÉRICOS
Asociación e identificación de las figuras geométricas en espacios, objetos y representaciones gráficas.	Reconoce semejanzas y diferencias entre figuras geométricas planas. Representa gráficamente objetos asociados a figuras geométricas	OBJETOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS
Establece relaciones espaciales sujeto-objeto y objeto a objeto a nivel concreto y gráfico.	Se ubica espacialmente con referencia a un objeto. Ubica objetos espacialmente con referencia a sí mismo.	

	Ubica un objeto espacialmente con referencia a otro objeto.	RELACIONES TOPOLÓGICAS
Estimación de la longitud de elementos comparándolos entre si y empleando los conceptos largo y corto. Aproximación a la medición de longitudes con elementos de medida no convencional.	Establece relaciones de comparación entre elementos y concluye cuál es más largo que o más corto que. Mide con elementos no convencionales la longitud de algunos elementos y concluye cuál es más largo o más corto.	MEDIDAS DE LONGITUD
Aproximación al concepto de área como medida de una superficie.	Realizar mediciones de una superficie con elementos de medida no estándar. Hacer estimaciones de medida de superficies.	MEDIDAS DE ÁREA
Aproximación al manejo de los términos ayer, hoy y mañana.	Emplea los términos antes y después para una secuencia temporal. Demuestra la comprensión del término ayer en la narración de sucesos pasados. Demuestra la comprensión del término mañana en la verbalización de sucesos por venir.	MEDIDAS DE TIEMPO
Aproximación al concepto de conservación de cantidades continuas y a su medición.	Distribuir cantidades continuas a partir de una unidad de medida. Buscar unidades de medida para cantidades continuas.	MEDIDAS DE CAPACIDAD
Aproximación al concepto de masa y su medición por medidas no convencionales.	Anticipar el peso de diversos objetos entre si. Utilizar los términos más pesado que, menos pesado que e igual de pesado	

	que, al usar la balanza.	MEDIDAS DE MASA
Iniciación en el uso del gráfico de barras para organizar información.	Recolectar datos de acuerdo con una situación dada. Comparar los datos recolectados y relacionarlos entre si. Con la ayuda del adulto elaborar el gráfico de barras a partir de los datos recolectados.	RECOLECCIÓN DE DATOS

A los cinco años de edad

3.3. JARDÍN

LOGRO	INDICADORES	CONTENIDOS
Establecimiento y justificación de relaciones entre los objetos de acuerdo con sus características	Realiza clasificaciones de objetos teniendo en cuenta hasta cuatro atributos	CLASIFICACIÓN
Establecimiento de relaciones de orden lógico	Ordena series hasta de tres elementos. Ordena elementos de acuerdo con diferentes características	SERIACIÓN
Identificación de los números del 0 al 10 y establece relaciones con su cantidad	Asocia una cantidad de 1 a 10 elementos, con el símbolo correspondiente. Realiza conteos con correspondencia en el círculo del 1 al 20. Asigna a los numerales del 1 al 10 la cantidad correspondiente. Representa los números del 1 al 10 con su numeral y cantidad correspondiente.	CARDINALIDAD
Identificación dentro de una serie ordenada desde el primero hasta el décimo elemento. Identificación de la ubicación de cada número dentro de una serie numérica.	Señala y ubica en una serie ordenada de elementos un número ordinal entre el 1º y el 10º. Nomina con correspondencia los ordinales del 1º al 10º.	

	Ubica los números del 1 al 10 de acuerdo con su valor dentro de una serie numérica.	ORDINALIDAD
Determinación y representación de conjuntos a nivel concreto y gráfico	Forma conjuntos con material concreto teniendo en cuenta características comunes. Selecciona entre varios elementos los que pertenecen y los que no pertenecen a un conjunto determinado. Representa gráficamente conjuntos	CONJUNTOS
Identificación y utilización de cuantificadores como: uno, pocos, muchos, todos, algunos, ninguno y varios; como una forma de determinar cantidades.	Asocia cada cuantificador con la cantidad correspondiente. Representa gráficamente diferentes cuantificadores.	PROPOSICIONES
Análisis y solución de operaciones que corresponden a la estructura aditiva del círculo 0 al 10.	Realiza operaciones sencillas de suma y resta en el círculo del 0 al 10. Reconoce el valor de cada regleta y el color que la identifica. Descompone los números del 1 al 10 en varias cantidades a nivel concreto y simbólico. Resuelve situaciones matemáticas de suma y resta en el círculo del 1 al 10.	CONJUNTOS NUMÉRICOS
Identificación de algunos objetos planos como: círculo, cuadrado, triángulo, rectángulo y óvalo y reconoce semejanzas y diferencias entre ellos.	Reconoce, nombra y representa el círculo, el cuadrado y el triángulo. Reconoce, nombra y representa el óvalo y el rectángulo.	

	Reconoce y nombra las características que diferencian los objetos geométricos entre sí.	OBJETOS GEOMÉTRICOS PLANOS
Identificación de la simetría en algunas figuras simples.	Completa figuras simples obteniendo simetría en ellas.	RELACIONES TOPOLÓGICAS
Determinación de longitudes y distancias como cerca y lejos, comparando y/o utilizando patrones de medida no convencionales.	Identifica y representa elementos más largos, más cortos, menos largos y menos cortos que otros. Utiliza patrones de medida no convencionales para comparar la longitud de elementos o distancias.	MEDIDAS DE LONGITUD
Determinación de áreas comparando y/o utilizando patrones de medida no convencionales.	Identifica y representa elementos más grandes que, más pequeño que, menos grandes que, menos pequeños que otros. Utiliza patrones de medida no convencionales para comparar áreas de objetos.	MEDIDAS DE ÁREA
Identificación de diferencias entre día, semana y mes. Establecimiento de diferencias entre mañana y tarde.	Reconoce los días de la semana ubicándolos temporalmente. Reconoce los meses del año. Reconoce las diferencias entre mañana y tarde. Organiza secuencias temporales hasta de cuatro actividades.	MEDIDAS DE TIEMPO
Determinación de la capacidad de algunos recipientes utilizando patrones de medida no convencionales.	Utiliza patrones de medida no convencionales para comparar la capacidad de diferentes recipientes. Reconoce y representa objetos llenos y vacíos.	MEDIDAS DE CAPACIDAD

Establecimiento de comparaciones entre objetos livianos y pesados.	Realiza comparaciones entre objetos para determinar lo más pesado y lo más liviano.	MEDIDAS DE MASA
Realización de mediciones por medio de la aplicación de algunos subprocesos que requiere la medición	Recolecta datos naturales de su diario vivir con ayuda del adulto.	RECOLECCIÓN DE DATOS
Realización de mediciones por medio de la aplicación de algunos subprocesos que requiere la medición.	Organiza datos recolectados para interpretar una medición, con ayuda del adulto.	TABULACIÓN DE DATOS.

3.4. TRANSICIÓN

LOGROS	INDICADORES	CONTENIDOS
Realización de algunas operaciones entre conjuntos. Reconocimiento, análisis y representación de algunas relaciones entre los elementos del conjunto numérico en el círculo del 1 al 99. Utilización de la adición y de la sustracción, en el conjunto de los números en el círculo del 0 al 99. Diferenciación ante problemas concretos de aquellos que plantean una situación aditiva y les da solución.	Determina y representar conjuntos. Realiza algunas operaciones entre conjuntos. Adquiere habilidad para contar los elementos de un conjunto. Adquiere habilidad para escribir en base 10, los números del 1 al 99. Reconoce, analiza y representa algunas relaciones (<, >, = a). Analizar y resolver en el conjunto de los números en el círculo del 1 al 99 las operaciones de adición y sustracción. Utilizar, en el cálculo numérico, algunas propiedades de la adición y la sustracción, en el círculo numérico del 0 al 99.	CONCEPTO DE NÚMERO. DECENA. NATURALES DEL 0 AL 99 CON

	Reconocer ante problemas concretos, aquellos que plantean una situación aditiva y darles solución. Iniciar la formulación de algoritmos para la solución de operaciones.	ADICIÓN, SUSTRACCIÓN Y SIMBOLIZACIÓN. ORDEN ADITIVO: MAYOR QUE, MENOR QUE, IGUAL A. ORDINALES.
	Maneja algunas relaciones espaciales topológicas. Reconoce y clasifica algunos sólidos y algunas superficies planas. Inicia el estudio del concepto de simetría a partir de ciertas regularidades que representan algunos cuerpos y figuras	RELACIONES ESPACIALES SÓLIDOS GEOMÉTRICOS: CUBO, CILINDRO, ESFERA, PIRÁMIDE. INTRODUCCIÓN A LA SIMETRÍA.
Realización de diferentes mediciones iniciándose en el uso de elementos de medida convencional.	Establece relaciones de comparación entre elementos y concluye cuál es más largo que o más corto que. Mide con elementos no convencionales la longitud de algunos elementos y concluye cuál es más largo o más corto. Inicia el proceso de medición de algunas magnitudes.	INTRODUCCIÓN A LA MEDICIÓN DE LONGITUDES: METRO, CENTÍMETRO. MEDICIÓN DEL TIEMPO: DÍA, SEMANA, MES

3.5. PRIMERO

LOGRO	INDICADORES DE LOGRO	CONTENIDOS
Desarrollo del pensamiento numérico con base en la comprensión del conjunto de los números naturales y el cero.	Clasifica elementos teniendo en cuenta tamaño, color, forma, textura, espesor, entre otros. Identifica el valor de posición en números de tres dígitos. Utiliza relaciones de orden: mayor que, menor que, e igual a, entre los números del 1 al 999. Representa conjuntos teniendo en cuenta sus características. Establece la relación de pertenencia y no pertenencia del elemento al conjunto. Realiza operaciones de unión e intersección entre conjuntos. Utiliza los conectores para dar sentido a los enunciados matemáticos. Reconoce el conjunto de los números	CLASIFICACIÓN. CARDINALIDAD. ORDINALIDAD.

	naturales del cero al 999. Aplica operadores como +1,-1 y otros al realizar sumas y restas tanto en el ábaco como numéricamente. Reconoce la multiplicación como la suma de sumandos iguales.	CONJUNTOS. PROPOSICIONES. CONJUNTO NUMÉRICO: NÚMEROS NATURALES [0,999]. OPERACIONES (+,-,X)
Desarrollo de pensamiento espacial a través de procesos de clasificación de objetos geométricos y determinación de sus características.	Reconoce figuras geométricas planas. Reconoce las características de algunos sólidos geométricos y aplica lo aprendido en la vida diaria. Identifica y traza líneas y las clasifica en: rectas o no rectas, abiertas o cerradas, poligonales. Traza y reconoce la simetría de algunas figuras geométricas. Establece relaciones entre objeto – objeto, sujeto – objeto.	FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS. (CÍRCULO, TRIÁNGULO, CUADRADO, RECTÁNGULO, ÓVALO). VOLUMEN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS (SÓLIDOS, CILINDRO, CUBO, ESFERA, PIRÁMIDE). LÍNEAS (RECTAS, NO RECTAS, ABIERTAS, CERRADAS Y POLIGONAL) TRANSFORMACIÓN EN EL PLANO: SIMETRÍA. RELACIONES: POSICIONES RELATIVAS.
Desarrollo de pensamiento métrico a partir de la comprensión de magnitudes de longitud, área, capacidad, masa, tiempo y temperatura.	Halla el perímetro de figuras geométricas. Halla el área de figuras geométricas. Identifica y establece relaciones de comparación entre medidas de tiempo.	MEDIDAS DE LONGITUD: PERÍMETRO. MEDIDAS DE ÁREA: ÁREA. MEDIDAS DE VOLUMEN: RELACIONES DE COMPARACIÓN. OTRAS MAGNITUDES: MEDIDAS DE TIEMPO (SEMANA, MES, AÑO, RELOJ,

		RELACIONES DE COMPARACIÓN). MEDIDAS DE MASA (LIVIANO, PESADO). MEDIDAS DE TEMPERATURA (FRÍO Y CALIENTE). PATRONES DE MEDIDA (METRO CENTÍMETRO, CM^2).
Desarrollo de pensamiento aleatorio a través de la interpretación de datos en gráficos estadísticos.	Aplica diferentes estrategias para recolectar datos y solucionar problemas. Clasifica los datos recolectados en una situación problema. Representa gráficamente los datos obtenidos en un problema.	RECOLECCIÓN DE DATOS. TABULACIÓN DE DATOS. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE DATOS.

A los ocho años de edad

3.6. SEGUNDO

LOGRO	INDICADORES DE LOGRO	
Desarrollo del el pensamiento numérico a partir de la comprensión del conjunto de los números naturales y el cero	Clasifica elementos teniendo en cuenta: tamaño, color, forma, textura, espesor, entre otros. Identifica el valor de la posición en números de tres dígitos. Utiliza relaciones de orden: mayor que, menor que, e igual a, entre los número 1 al 999. Clasifica los números pares e impares teniendo en la cuenta su última cifra Representa conjuntos teniendo en la cuenta características. Establece la relación de pertenencia y no pertenencia del elemento al conjunto. Realiza operaciones de unión e intersección entre conjuntos. Utiliza los conectores para dar sentido a	

	los enunciados matemáticos. Reconoce el conjunto de los números naturales del cero hasta el 999,999. Aplica operadores como: +1,-1 y otros al realizar sumas y restas tanto en el ábaco como numéricamente. Reconoce la multiplicación como la suma de sumandos iguales. Efectúa multiplicaciones por uno y dos factores. Realiza divisiones exactas e inexactas a través de restas sucesivas y con un digito en el divisor. Reconoce y aplica las propiedades: conmutativa, asociativa y modulativa de la adición y las anteriores más la anulativa en la multiplicación. Resuelve y formula problemas que requieren de una o varias de las siguientes operaciones: suma, resta, multiplicación y división.	EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES Y EL CERO EN EL CÍRCULO DEL 0 AL 999,999. OPERACIONES EN EL CÍRCULO DE NÚMEROS DEL 0 AL 999,999. OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS. SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA.
Desarrolla pensamientos a través de procesos de clasificación de objetos geométricos y determinación de sus características.	Reconoce las características de algunos sólidos geométricos y aplica lo aprendido en la vida diaria. Clasifica algunos sólidos geométricos teniendo en cuenta sus características y aplica lo aprendido en la vida diaria.	

	Identifica y traza líneas y las clasifica en: rectas o no rectas, abiertas o cerradas y poligonales. Clasifica los ángulos teniendo en la cuenta sus características en agudo, recto, obtuso y llano. Traza y reconoce la simetría de algunas figuras geométricas. Realiza transformaciones en el plano de rotación, traslación e inversión para la formación de ángulos. Establece relaciones entre objeto – objeto. Traza y clasifica líneas perpendiculares y paralelas y aplica lo aprendido a la vida diaria.	SÓLIDOS GEOMÉTRICOS ÁNGULOS: SU MEDIDA Y CLASIFICACIÓN. TRANSFORMACIONES EN EL PLANO TRASLACIONES Y ROTACIONES. LAS RELACIONES PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD.
Desarrolla pensamiento métrico en la construcción de magnitudes de longitud, área, capacidad, masa, tiempo y temperatura.	Halla el perímetro de figuras geométricas. Halla el área de figuras geométricas. Reconoce el grado centígrado como la unidad principal de las medidas de temperatura. Reconoce el litro como la unidad principal de las medidas de capacidad y lo aplica en su vida diaria. Reconoce el gramo como la unidad principal de las medidas de masa y lo aplica a su vida diaria.	

	Identifica y establece relaciones de comparación entre las medidas de tiempo. Identifica el metro como la unidad principal de las medidas de longitud. Identifica y establece relaciones de comparación entre el metro cuadrado y el metro cúbico y los aplica en la vida diaria	PERÍMETRO Y ÁREA DE OBJETOS GEOMÉTRICOS UNIDADES DE TEMPERATURA, CAPACIDAD, MASA, TIEMPO, LONGITUD.
Desarrolla pensamiento aleatorio a través de la interpretación de datos en gráficos estadísticos.	Aplica diferentes estrategias para recolectar datos y solucionar problemas. Interpreta la información presentada en tablas y gráficos par dar solución a una situación problema. Organiza y representa gráficamente la información de datos para dar solución a una situación problema.	RECOLECCIÓN DE DATOS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE DATOS RECOLECTADOS

A los nueve años de edad

3.7. TERCERO

LOGRO	INDICADORES DE LOGRO	CONTENIDOS
Comprende la estructura del sistema numérico del conjunto de los números naturales, desarrollando el pensamiento numérico.	Reconoce las características de nuestro sistema de numeración y generaliza la obtención de unidades de orden superior. Reconoce números mayores que mil y emplea algunas de sus representaciones. Ejercitarse en el cálculo mental, oral y escrito, aprovechando entre otras estrategias la formulación de sucesiones de números naturales. Expresa verbalmente y mediante el empleo de símbolos usuales, la relación de pertenecer a un conjunto y la relación de estar contenido en un conjunto. Analiza en un conjunto numérico algunas relaciones de orden, su representación y sus propiedades. Analiza algunas operaciones entre números y entre conjuntos. Generaliza algoritmos para la solución de adiciones, de sustracciones y de	NUMERACIÓN ROMANA. NÚMEROS NATURALES MAYORES QUE MIL CON ADICIÓN, SUSTRACCIÓN, MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN. MILLAR Y MILLÓN. COMPARACIÓN Y ORDENACIÓN DE NÚMEROS. REDONDEO DE NÚMEROS. CÁLCULO MENTAL. OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS. ALGORITMOS GENERALIZADOS PARA ADICIÓN, SUSTRACCIÓN Y MULTIPLICACIÓN CON APLICACIONES. NÚMEROS PRIMOS. OPERADORES MULTIPLICATIVOS. DIVERSOS SIGNIFICADOS DE LA “Y” Y DE LO “O” EN EL LENGUAJE ORDINARIO.

	multiplicaciones y emplear otros algoritmos que simplifican y agilizan el cálculo mental. Utiliza algunas propiedades de la multiplicación parra facilitar el cálculo mental, adquirir habilidad para efectuar abreviadamente algunas multiplicaciones y resolver problemas. Inicia el estudio de los números primos. Reconoce, en frases del lenguaje usual, el significado de algunas expresiones para nombrar relaciones y operaciones en sistemas numéricos.	SIMBOLIZACIÓN DE LAS RELACIONES DE PERTENENCIA Y CONTENENCIA. UNIÓN E INTERSECCIÓN. ALGUNOS ARREGLOS CON O SIN ORDEN. RELACIONES DE ORDEN. REPRESENTACIÓN CON FLECHAS. PROPIEDADES SIMÉTRICA, ANTISIMÉTRICA Y TRANSITIVA DE ALGUNAS RELACIONES. PROPIEDADES: CONMUTATIVA, ASOCIATIVA Y MODULATIVA DE ALGUNAS OPERACIONES. PROPIEDAD DISTRIBUTIVA DE LA MULTIPLICACIÓN CON RESPECTO A LA ADICIÓN.
Comprende el conjunto de los números fraccionarios.	Reconoce los operadores multiplicativos de la forma 1/n x como operadores fraccionarios, que disminuyen la magnitud en la cual se aplican. Compara los efectos que produce en una magnitud la aplicación de dos operadores fraccionarios de la forma 1/n x diferentes. Reconoce los operadores multiplicativos de a forma 1/n x como los inversos de los operadores multiplicativos de la forma n x. Reconoce los efectos de aplicar sucesivamente operadores fraccionarios de la forma 1/n x a una magnitud.	SIGNIFICADO DE LAS FRACCIONES. PARTES DE UN ENTERO Y DE UN CONJUNTO.

	Calcula el operador resultante de la aplicación sucesiva de dos operadores fraccionarios de la forma1/n x. Resuelve y formula problemas que requieren de la aplicación de operadores fraccionarios de la forma 1/n x.	FRACCIONES EQUIVALENTES. SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES. NÚMEROS MIXTOS.
Desarrolla procesos cognitivos a partir de sistemas geométricos, construyendo y manipulando las representaciones mentales de los objetos, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales.	Caracteriza algunas figuras geométricas. Generaliza procedimientos para determinar el perímetro de algunas figuras geométricas.	SUPERFICIES (FRONTERAS DE SÓLIDOS). SUPERFICIES PLANAS. LÍNEAS (FRONTERAS DE SUPERFICIES). PUNTOS (FRONTERAS DE LÍNEAS). CARACTERIZACIÓN DE UN TRIÁNGULO, CUADRADO, RECTÁNGULA Y CÍRCULO. RECTAS, SEGMENTOS Y RAYOS. ÁNGULOS. FIGURAS DEL PLANO. TRANSFORMACIONES. CONGRUENCIA Y SEMEJANZA. EJE DE SIMETRÍA. CUERPOS GEOMÉTRICOS. VOLUMEN.
Cuantifica numéricamente las dimensiones o magnitudes que surgen en la construcción de los	Adquiere habilidad para emplear algunas unidades de longitud en problemas de la vida cotidiana, para realizar las	

modelos geométricos.	conversiones correspondientes y estima la medida de una longitud. Inicia el estudio del volumen y la capacidad. Adquiere habilidad para emplear algunas medidas de área en problemas de la vida cotidiana, para realizar las conversiones correspondientes y para estimar el área de una superficie. Identifica unidades para medir el tiempo y aplicarlos en la resolución de problemas.	LONGITUD: METRO, MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS. YARDA Y VARA. ÁREA: PATRONES ESTANDARIZADOS: METRO CUADRADO, CENTÍMETRO CUADRADO Y MILÍMETRO CUADRADO. VOLUMEN: PATRONES ARBITRARIOS. CAPACIDAD: PATRONES ARBITRARIOS. LITRO. MASA. TEMPERATURA.
Desarrolla el pensamiento aleatorio a partir de la solución de problemas.	Recoge datos, ordenarlos en tablas, representarlos en diferentes tipos de gráficas e incorporar el manejo de datos en la descripción de eventos de la vida cotidiana. Efectúa diferentes tipos de arreglos.	RECOLECCIÓN DE DATOS. TABULACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE DATOS. MEDIANA. GAMA Y PROMEDIO. GRÁFICAS DE BARRAS. PROBABILIDAD Y PREDICCIÓN.

ANEXOS

ENLACES DE INTERÉS PARA LOS PROFESORES

LA CARABELA DEL CONOCIMIENTO
Excelente sitio educativo con muchísimo material de utilidad para los docentes, y numerosos boletines de novedades que abarcan distintos temas y aspectos educativos http://www.lacarabela.com

---

ASOCIACIÓN MUNDIAL DE EDUCADORES INFANTILES
http://www.waece.com

EL RINCÓN DEL CLIC http://www.xtec.es/recursos/clic/esp/

EDUCOMP http://www.educomp.esc.edu.ar

PROYECTO INFOEDU http://www.infoedu.org

INTERNET EDUCATIVA http://www.ieducativa.com.ar

CONTENIDOS.COM http://www.contenidos.com

EDITORIAL SANTILLANA http://www.indexnet.santillana.es

MAESTROTECA http://maestroteca.com

PIZARRÓN (SUPLEMENTO EDUCATIVO DE LA REVISTA PCUSERS)
http://www.pcusers.com.ar/pizarron

QUADERNS DIGITALS (INFORMATICA EDUCATIVA)
http://www.ciberaula.es/quaderns/

LA PUERTA (INFORMATICA EDUCATIVA)
http://www.geocities.com/Athens/Ithaca/8100/

MINISTERIO DE CULTURA Y EDUCACIÓN (ARGENTINA)
http://www.mcye.gov.ar/centro/Enlaces99/ServiciosTemas.html

CEJISoft

(Centro de Estudios de Juegos Instructivos y Software de la Universidad Pedagógica José Martí, Camagüey, Cuba, dedicado a la investigación y elaboración de software educativos para el nivel preescolar y la educación primaria) http://www2.cuba.cu/CEJISOFT/

PÁGINA SOBRE EDUCACIÓN http://www.fernandocarlos.com.ar

PARA APRENDER Y JUGAR http://www.iie.ufro.cl/material/p900/

CEDIPROE (SITIO DEDICADO A LA TECNOLOGÍA EDUCATIVA Y A LA EDUCACIÓN A DISTANCIA)
http://www.mcye.gov.ar/hweb/proy/cediproe

CENTRO DE RECURSOS EDUCATIVOS http://canelo.iie.ufro.cl/Recursos/

PROGRAMA NUEVAS TECNOLOGÍAS http://www.pntic.mec.es

NUEVA ALEJANDRIA ~ INFORMÁTICA EDUCATIVA www.nalejandria.com

IMAGINARIA (LITERATURA INFANTIL Y JUVENIL)
http://www.imaginaria.com.ar

CHICOS NET http://www.chicos.net.ar/

EDUCAWEB (EDUCACION Y FORMACION) http://www.educaweb.com/

CRAYOLA RAINBOW ROOM http://www.crayola.com

CHILDREN SOFTWARE http://www.laurencegoetz.com/

EDUCANET http://www.hys.com.pe/educanet/

INTERNENES http://64.224.88.139/

INFORMÁTICA EN NIVEL INICIAL
http://www.mcye.gov.ar/hweb/proy/inicial/index.html

HORIZONTE (INFORMÁTICA EDUCATIVA)
http://www.horizonteweb.com/

KIDS DOMAIN http://www.kidsdomain.com/

LA PÁGINA MÁS EDUCATIVA http://www.masesducativa.com/

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE NIVEL INICIAL
http://www.geocities.com/grupomaestros

CENTRO DE COMUNICACIÓN Y PEDAGOGÍA
http://sauce.pntic.mec.es/~alglobal/cecope/ccp.htm

EDUPATAGÓNICA (Educación y Nuevas tecnologías)
http://www.geocities.com/Athens/Acropolis/2581/

INSTITUTO VIRTUAL APRENDER
Dicta cursos de perfeccionamiento docente
http://www.aprender.org.ar/iva

PROGRAMA AULA 21 UNIVERSIDAD DE CHILE
http://www.aula21.uchile.cl/CAcad/2_4_7_11.htm

LIGAS PARA LA EDUCACIÓN http://www.quipus.com.mx/Ligas.htm

DIRECTORIO NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES
http://roble.pntic.mec.es/~fsoto/index.html

NETDIDÁCTICA http://www.cip.es/netdidactica/

LYCOS NIÑOS WEB GUIDE http://www.es.lycos.de/webguides/infancia/

TODOKIDS http://www.todokids.com/

FLIX SOFT EDUCATIVO http://www.eden.com/~flixprod/software.html

---

EDUCANET (Software y Herramientas)
http://www.hys.com.pe/educanet/software.html

JUEGOS INFANTILES EDUCATIVOS
http://usuarios.intercom.es/llopsoft/index.htm

CURIOSOS.COM http://curiosos.com/

MANCHITAS DE COLORES
http://www.interdia.org/manchita/manchita.htm

EDUCACIÓN PARA NIÑOS
http://members.xoom.com/Berthing/Arcoiris.htm

PROGRAMAS EDUCATIVOS http://www.khufu.com/cyberplaza/

LOS DERECHOS DEL NIÑO http://www.margen.org/ninos/

WEBKIDS http://www.guate.net/webkids/

IAM - Investigations and Assessment of Multimedia -
Desde esta Página se pude bajar una versión demo del Scrapbook, un

excelente programa que permite la creación de materiales multimedia
http://www.iam.com.ar

PEQUES http://www.retel.es/peques/

DISNEYMANIA http://www.disneymania.org/

MOTOR DE BÚSQUEDA EDUCATIVO
http://www.nalejandria.com/buscador/

EXCELENTE SITIO DEDICADO AL RUIDO Y LOS NIÑOS, ESPECIALMENTE A LA HIGIENE SONORA, CON CUENTOS, ARTÍCULOS, JUEGOS, INFORMACIÓN, ETC
http://www.eie.fceia.unr.edu.ar/~acustica/chicos.htm

TUTORIALES Y CURSOS ON LINE SOBRE WINDOWS, WORD, EXCELL Y ACCESS (Para aquellos docentes que quieran dar sus primeros pasitos en informática) "http://www.ctv.es/USERS/regio2"

PROGRAMA LESS,SOFTWARE DE LECTOESCRITURA PARA EL NIVEL INICIAL (Se puede bajar una demo)
http://www.satlink.com/usuarios/l/ldeneira/lees.htm

SITIO DE INTERES EDUCATIVO, CON MUCHO Y MUY BUEN MATERIAL, VALE LA PENA VISITARLO http://www.estudio24.com.ar

---

KINDERBYTE
Software educativo, también se pueden bajar juegos sencillos e información para docentes http://www.geocities.com/kinderbyte/

NUESTRA ALDEA
Un sitio para los docentes de todas las áreas. No dejen de visitarlo
http://www.nuestraldea.com/

---

0 a 5 Dedicado a los chicos de 0 a 5 años...
http://www.noveduc.com.ar/506.HTM

JARDINDEINFANTES.NET
Un nuevo sitio dedicado a la educación preescolar
http://www.jardindeinfantes.net

CYBERMAESTROS.COM
Un lugar para la Educación, para los docentes y padres de niños de Nivel Inicial http://www.cybermaestros.com

---

Página de software educativo http://www.ieh.com.ar/

JIE BERNAL 2000
Toda la información sobre las Jornadas de Informática Educativa Bernal 2000 www.unq.edu.ar/jiebernal

---

CALIDOSCOPIO http://www.calidoscopio.com